

# 構造解析における解析精度向上に関する研究

鈴木 耕裕, 中西 洋介, 成田 吉弘\*

## Study on the Improvement of Accuracy for Structural Analysis

Takahiro SUZUKI, Yohsuke NAKANISHI, Yoshihiro NARITA\*

### 抄 録

汎用有限要素法プログラムは中小企業の設計者による活用が進んでいるが、有限要素法の特性を踏まえた上で活用しなければ、定量的に正しい解を短時間に得ることはできない。

本研究では汎用有限要素法プログラム I-DEAS（米，SDRC 社製）を用いて様々な条件のもとで解析を行い、厳密解または実験値との比較からシェル要素の線形静解析における基本的特性を検証した。その結果、メッシング方法などに関する幾つかの知見を得て、定量的でより精度の高い解析結果を短時間に得るための指針とすることができた。

**キーワード：**構造解析，シェル要素，解析精度

### 1. はじめに

スピードを重視しながらもより高品質を実現するというモノ作りが求められていること、また windows 版の簡易な構造解析プログラムが開発されたことによって、コンピュータによる構造解析を設計に活用する企業が増えつつある。

当工業試験場でもこれまで延べ44社の道内企業に対して、構造解析を活用した技術支援を行っている。その中で「構造解析は大いに役立つ」との企業の声が多く聞かれる一方、「解析精度を定量的に知り、さらに高品質な製品開発を行いたい」との声も少なくない。

構造解析において、定量的にある一定の精度を保った解析結果を得るためには、対象物に対する効率的かつ適正なモデル化が必要であり、そのためには専門知識や経験、ノウハウが求められる。中でも、要素分割は構造解析へのデータ入力作業の中で量的にも質的にも高いウェイトをしめ、しかもその良否が解析精度を直接左右するため、非常に重要である。

そこで本研究では汎用有限要素法プログラム I-DEAS（アメリカ SDRC 社製）を用いて、様々な解析条件のもとでシェル要素分割方法に関わる特性を検証し、定量的でより精度の高い解析結果を得るための指針を明らかにし、道内企業の解

析技術力向上に貢献することを目的とした。

### 2. シェル要素分割方法が解析精度に及ぼす影響

汎用有限要素法プログラムを用いてシェル要素による解析を行うにあたっては、どの要素形状、要素次数、要素長で行えば効率よく精度の高い解析が実行できるかについて十分に把握しておくことが重要である。本項では応力集中部を有する一定の形状に対して様々な有限要素モデルで解析を行うことにより、シェル要素分割方法が解析精度に及ぼす影響について検証を行った。

#### 2.1 解析モデル

解析に用いた解析対象、解析モデルを図 1，図 2 に示す。

解析対象は、重心に半径  $R = 10$  (mm) の円孔を持つ軸方向長さ  $d = 200$  (mm)、幅  $b = 50$  (mm)、厚さ  $t = 1.6$  (mm) の平板とし、材料定数はヤング率  $E = 206800$  (MPa)、ポアソン比  $\nu = 0.29$  とした。また、短辺には  $4000$  (N) の引張り荷重が作用する。解析モデルは対称性を考慮して、図 2 のように  $1/4$  モデルとした。

要素形状は三角形および四角形、要素次数はそれぞれにおいて一次、二次とした。要素長はすべてにおいて 3 種類ずつ解析を行った。また解析の際に解析時間も測定した。使用したコン

\*北海道工業大学

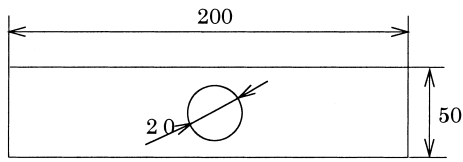


図1 解析対象

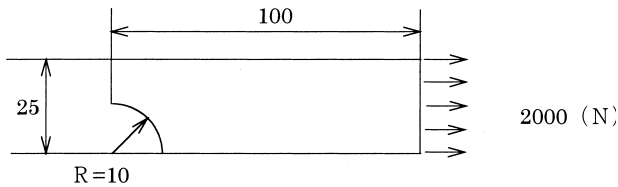


図2 解析モデル

コンピュータはCOMPAQ DESKPRO 6000, CPUはPentium Pro 200 (MHz), メモリは256 (MB)である。

## 2.2 解析結果

検討を行った4種類の有限要素のうち、四角形一次要素のY軸方向狭小部におけるX方向応力解析結果を図3に示す。応力値は各有限要素の節点における平均値を示す。

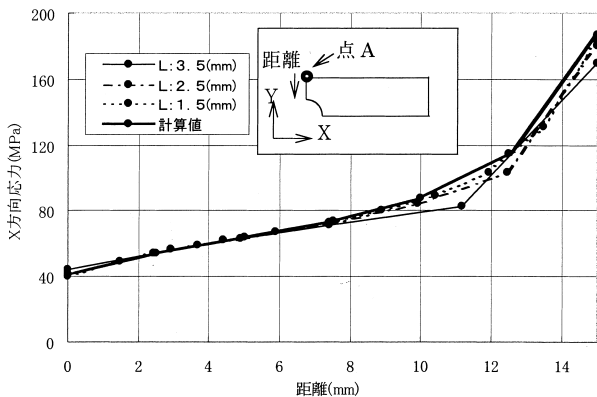


図3 Y軸方向狭小部の応力解析結果(四角形一次要素)

図3において距離は図中に示すようにY軸上方向狭小部上端の点Aを起点とし、そこから円孔のへりまでの距離を示し、応力はY軸方向狭小部におけるX軸方向応力を示す。また図中のLは用いた有限要素の一辺の長さ、計算値はHowlandの厳密解を示す。

## 2.3 考察

前述した四角形一次要素と同じく三角形一次要素、三角形二次要素、四角形二次要素のそれぞれの解析結果から、最大応力に着目して1つのグラフにまとめ、無次元化したものを図4に示す。ここで解析精度は厳密解に対する解析値の百分率を示す。L/Rは要素長を解析モデルの円孔半径で除し

たものである。

図4より、一定の解析精度では一次要素よりも二次要素の方が、また三角形要素よりも四角形要素の方がL/Rが大きい、すなわちより長い要素長でも高い解析精度が得られている。

さらに四角形要素、中でも四角形二次要素はL/Rの変化に対して解析精度の変化が小さいため、多少要素長が長くなった場合でも誤差を発生しづらい安定した要素と言える。次に解析精度と解析時間の関係を図5に示す。

図より、次数が高い方が、また三角形要素よりも四角形要素の方が一定の解析精度に対する解析時間が短くなっている。

図4, 図5の検討より、四角形二次要素は比較的長い要素長でも安定して高い解析精度を確保でき、かつ解析時間が短い要素であると言える。よってこれ以降の解析は、すべて四角形二次要素を用いている。

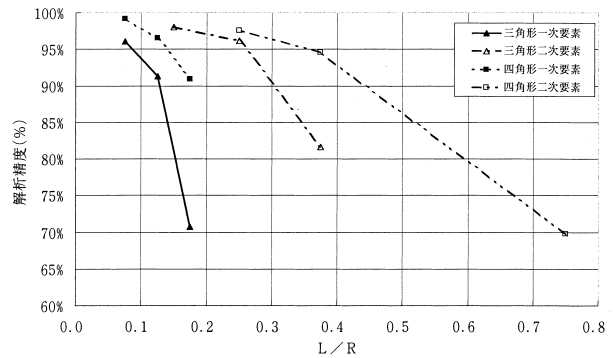


図4 各L/Rにおける解析精度

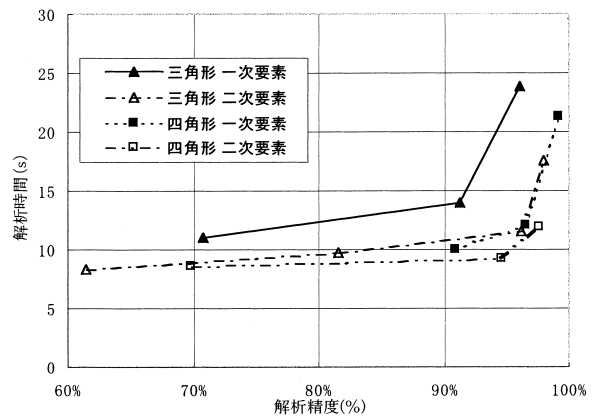


図5 解析精度と解析時間

## 3. シェル要素を用いた次元縮小化が解析精度に及ぼす影響

三次元的な対象構造物を二次元的なシェル要素を用いて、次元縮小化する事によって、効率的な構造解析が実行可能であるが、安易な次元縮小化は解析精度の低下を招く。

実際に様々な解析対象に対して、ある一定以上の精度を確保しつつ解析を実行しようとする場合、この次元縮小化が解析結果にどのような影響を与えるのか、すなわち軸方向長さ／厚さ比と解析精度の関係を定量的に把握しておくことが重要である。<sup>1)</sup>

そこで本項では軸方向長さ、幅は変えず、厚さだけを変化させた解析対象をシェル要素とソリッド要素で解析し、両者の最大応力と変形量にどのような差異が見られるのかを代表的な2つの拘束条件について検証した。

### 3.1 解析モデル

今回の解析で用いた解析対象を図6に示す。

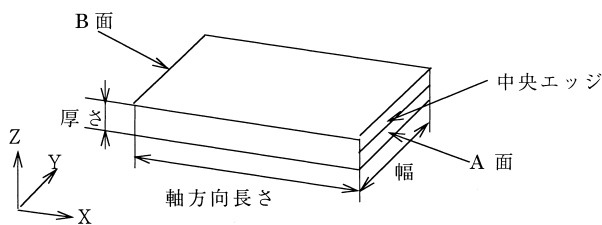


図6 解析対象

解析対象は、軸方向長さ  $d = 100$  (mm)、幅  $b = 30$  (mm) の平板とし、材料定数はヤング率  $E = 206800$  (MPa)、ポアソン比  $\nu = 0.29$  とした。荷重条件としてはXY平面にZ方向から  $300$  (N) の一様分布荷重が作用している。また拘束条件として、シェル要素では短辺のみを両端支持回転自由、両端支持回転固定の2種類、ソリッド要素では図6のA面とB面の中央エッジのみを固定した両端支持回転自由、A面とB面全体を面固定した両端支持回転固定の2種類の拘束条件で解析した。各解析モデルの拘束条件を表1に示す。シェル要素は四角形二次要素、ソリッド要素は六面体二次要素を用い、要素長は十分な解析精度を得ることができるように設定した。

表1 各解析モデルの拘束条件

		シェル要素		ソリッド要素	
		回転自由	回転固定	回転自由	回転固定
並進	X	固定	固定	固定	固定
	Y	自由	自由	自由	自由
	Z	固定	固定	固定	固定
回転	X	自由	固定	—	—
	Y	自由	固定	—	—
	Z	自由	固定	—	—
拘束部		短辺両端	短辺両端	両端面中央エッジ	両端面

### 3.2 解析結果

#### 3.2.1 両端支持回転自由モデル

両端支持回転自由モデルの軸方向中央部近傍における最大応力について、解析精度で表したものを図7に示す。ここで

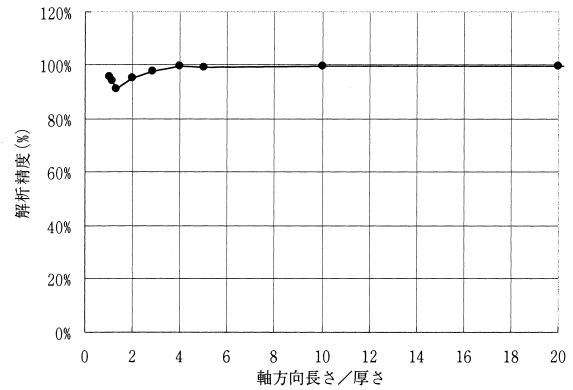


図7 最大応力解析精度 (両端支持回転自由モデル)

解析精度とは、ソリッド要素による X 方向最大応力解析結果を基準とした時のシェル要素による解析結果を百分率で表したものである。

図7より、解析精度95(%)を基準と考え、X方向長さ／厚さ = 2 以上では、ほぼ解析精度95(%)以上を保っていることが分かる。

次に変形量について、解析精度で表したものを図8に示す。グラフ中の解析精度はソリッド要素による変形量解析結果を基準とした時のシェル要素による解析結果を百分率で表したものである。またグラフ中のソリッド要素(引張り)は荷重が負荷されていない面の変形量を示し、ソリッド要素(圧縮)は荷重の負荷されている面の変形量を示す。

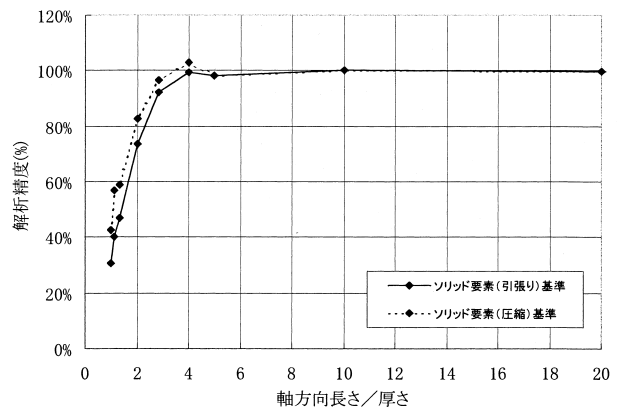


図8 変形量解析精度 (両端支持回転自由モデル)

ソリッド要素の変形量(引張り)を基準とした場合はX方向長さ／厚さ = 4、変形量(圧縮)を基準とした場合はX方向長さ／厚さ = 3 以上で、ほぼ解析精度95(%)以上を保っていることが分かる。

以上の検討結果より、両端支持回転自由モデルにおいてX方向長さ／厚さ = 4 以上ならば、シェル要素による次元縮小化により解析を実行しても解析精度95(%)以上を確保できると言える。

### 3.2.2 両端支持回転固定モデル

前項と同様にして、両端支持回転固定モデルの軸方向中央部近傍における最大応力解析結果、及び変形量解析結果から、解析精度を用いて表現した結果を図9、図10に示す。ここで解析精度とは、ソリッド要素による解析結果を基準とした時のシェル要素による解析結果を百分率で表したものである。

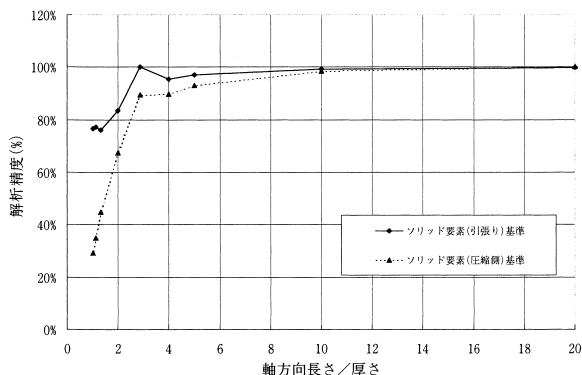


図9 最大応力解析精度（両端支持回転固定モデル）

ソリッド要素（引張り）を基準とした場合はX方向長さ／厚さ＝3，ソリッド要素（圧縮）を基準とした場合はX方向長さ／厚さ＝7以上で解析精度95（%）を保っていることが分かる。

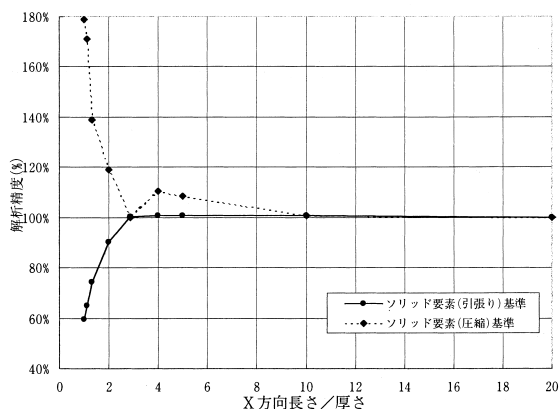


図10 変形量解析精度（両端支持回転固定モデル）

図より、ソリッド要素（引張り）を基準とした場合は、X方向長さ／厚さ＝3以上では解析精度95（%）を保っていることが分かる。またソリッド要素（圧縮）を基準とした場合は、X方向長さ／厚さが減少、すなわち厚さが増加すると、相対的にシェル要素での解析結果の方が大きくなり、解析精度は大きく100（%）を越えている。X方向長さ／厚さ＝7以上では解析精度105（%）、すなわち誤差5（%）以内を保っている。

以上の検討結果より、両端支持回転固定モデルではX方向長さ／厚さ＝7以上ならばシェル要素による次元縮小化により解析を実行しても解析精度95（%）以上を確保できると言える。

以上、2つの拘束条件における検討結果を総合すると、Mindlinの板曲げ理論を採用している汎用有限要素法プログラムI-DEASにおいて、3次元形状である解析対象を次元縮小化してシェル要素にて解析を実行する場合、軸方向長さ／厚さ＝7以上の解析対象において解析精度95（%）以上を確保できることが分かった。

## 4 応力集中部におけるシェル要素の解析精度について

構造解析を行うにあたって、応力集中部分の要素分割は解析精度を直接左右する重要なものであり、最も経験を必要とする部分でもある。応力集中部分に対する要素分割の指標となるものがあれば効率よく適切な要素長で解析できると考えられる。

そこで本項では応力集中部を有する解析対象の形状と応力集中率から、ある一定の解析精度を確保するために必要な要素長との関連性を求め、応力集中部に対する要素分割の指標を得ることを目的とした。検討にあたっては、一様な引張り力及び湾曲モーメントを受ける円孔付き平板、一様な引張り力を受ける両側フィレット付き平板、引張り力を受けるすみを丸めた長方形孔付き平板という4つの代表的な形状について解析を行った。

### 4.1 一様な引張り力を受ける円孔付き有限幅平板

#### 4.1.1 解析モデル

本項の解析対象、解析モデルを図11、図12に示す。

解析対象は、重心に円孔を有する長さ  $d = 200$  (mm)、幅  $b = 50$  (mm)、厚さ  $t = 1$  (mm) の平板とし、円孔半径：Rを変化させて解析を行った。材料定数はヤング率  $E = 206800$  (MPa)、ポアソン比  $\nu = 0.29$  とした。また、平板の短辺には  $2000$  (N) の引張り荷重が作用する。

解析モデルは対称性を考慮して、図12のように1/4モデル

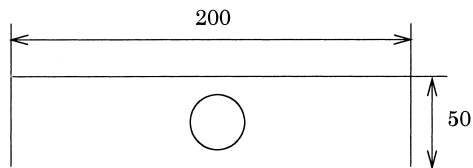


図11 解析対象

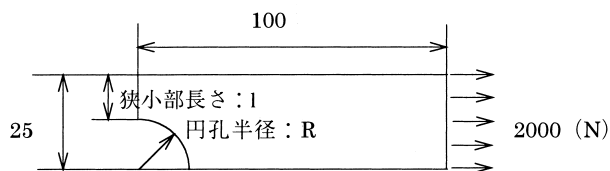


図12 解析モデル

とした。

各モデルに対する要素分割は、四角形二次要素を用い、同一モデル内のすべての要素ができる限り等しい長さになるよう自動的に要素分割を行った。

#### 4.1.2 解析結果

解析の結果、平板狭小部の円孔へりに応力が集中した。各円孔半径／狭小部長さ： $R/l$ における要素長： $L$ と解析精度の関係を図13に示す。ここで解析精度とはHowlandの厳密解に対する最大応力解析値の百分率を示す。

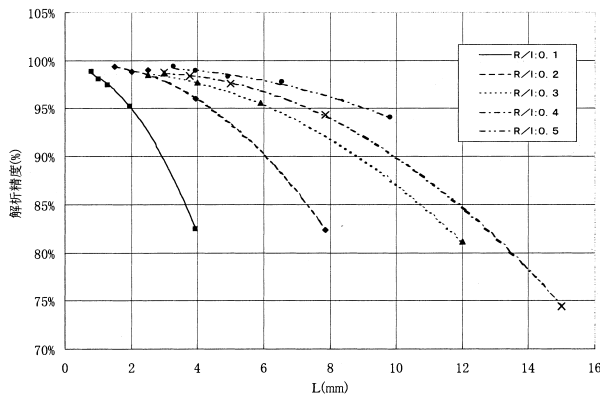


図13 各Lにおける解析精度

図より全体的にLが短くなると解析精度は高くなっている。また同じLにおいてはR/lが大きいくほど、すなわち円孔半径が大きいほど解析精度が高くなっている。これは円孔半径が大きいほど、応力集中部へいたる応力の変化が直線的になっていることに起因している。

次により一般化した結果を得るために、図13中のLを円孔半径で除したグラフを図14に示す。

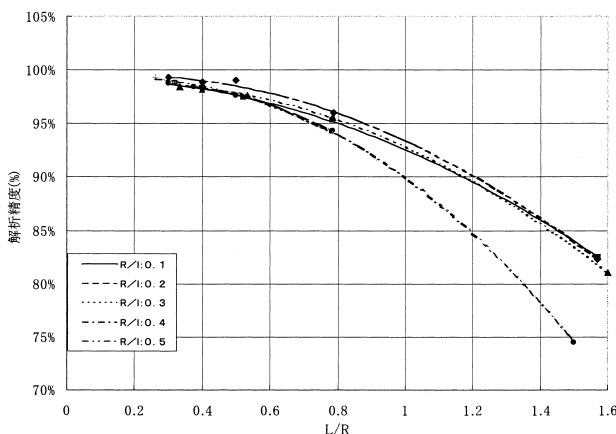


図14 各L/Rにおける解析精度

この図14によって、一様な引張り力を受ける円孔付き有限幅平板の解析において、その解析対象物の形状からR/lが決定し、要求する解析精度に対して必要な要素長： $L$ を求め

ることができる。

さらに図14より、解析精度95(%)における各R/lとL/Rの関係を図15に示す。

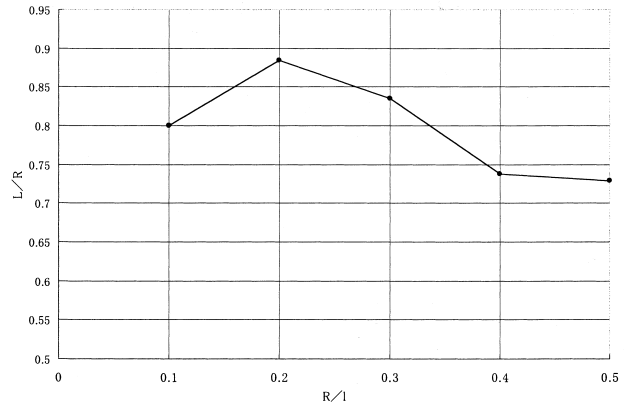


図15 解析精度95%におけるR/lとL/Rの関係

図より、一様な引張り力を受ける円孔付き平板を解析精度95(%)にて解析する際に、必要なLを求めることができる。

ここでR/lが増加するに従って、0.2以下ではL/Rは増加し、それ以上ではL/Rは減少している。この傾向を考察するため、一様な引張り力を受ける円孔付き平板の応力集中率： $\alpha$ を図16に示す。この $\alpha$ の中で、狭小部基準とは狭小部における平均応力を基準応力とした場合の応力集中率、円孔無し部基準とは円孔が存在しないとした時の応力を基準応力とした場合の応力集中率を示す。

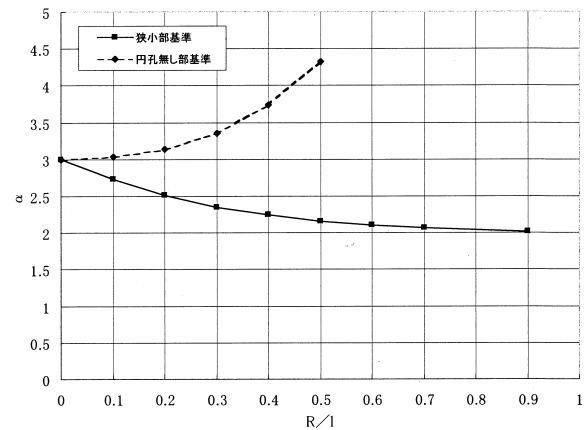


図16 引張りを受ける円孔付き平板の応力集中率

図より、R/lが増加すると狭小部基準の応力集中率は減少しているが、円孔無し部基準の応力集中率は増加している。

狭小部基準の応力集中率は狭小部の平均応力を基準としているのでR/lが増加、すなわち狭小部長さが減少することにより応力集中部分の応力勾配が小さくなり、狭小部平均応力と最大応力の差異が小さくなるため応力集中率が減少していると考えられる。

また円孔無し部基準の応力集中率は円孔が無いと仮定した場合の応力を基準としているので $R/l$ の増加により、応力が増加しても基準とする応力は変わらないので、応力集中率が増加していると考えられる。

ここでこの応力集中率の傾向から図15について考察すると、 $R/l$ が $0 \sim 0.2$ では相対的に狭小部基準の応力集中率が小さくなっていく影響の方が大きいので、 $L/R$ が大きくなっていく、すなわち必要とする要素長が長くなっていくと考えられる。また $R/l$ が $0.2$ 以上では相対的に円孔無し部基準の応力集中率の影響が大きいので、 $L/R$ が小さくなっていくと考えられる。

4.2 一様な引張り力を受ける両側フィレット付き有限幅平板

4.2.1 解析モデル

本項の解析対象、解析モデルを図17、図18に示す。

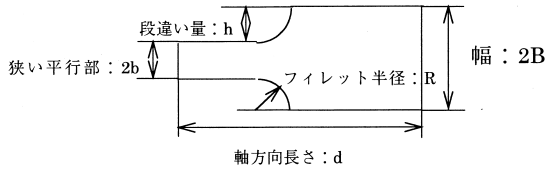


図17 解析対象

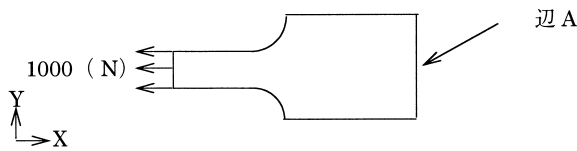


図18 解析モデル

解析対象は軸方向長さ： $d$ ，幅： $2B$ ，狭い平行部： $2b$ を一定にして、フィレット半径： $R$ のみを変化させて解析を行った。材料定数はヤング率 $E = 206800$ (MPa)，ポアソン比 $\nu = 0.29$ ，とした。また狭い平行部には $1000$ (N)の軸方向引張り荷重が作用する。拘束条件は辺AのY軸並進以外をすべて固定した。

各モデルに対する要素分割は四角形二次要素を用い、同一モデル内すべての要素ができる限り等しい長さになるよう自動的に要素分割を行った。

4.2.2 解析結果

$h$ を解析対象の段違い量とし、各 $R/h$ から、それぞれ $L$ の最も小さいものについての解析結果を図19にまとめた。ここで最大応力はグラフ中の図にある点A近傍に発生するX方向最大応力を示す。

図より、全体的に要素長が小さくなると最大応力は増加している。また $R/h$ が減少、すなわち各モデルにおいて板幅

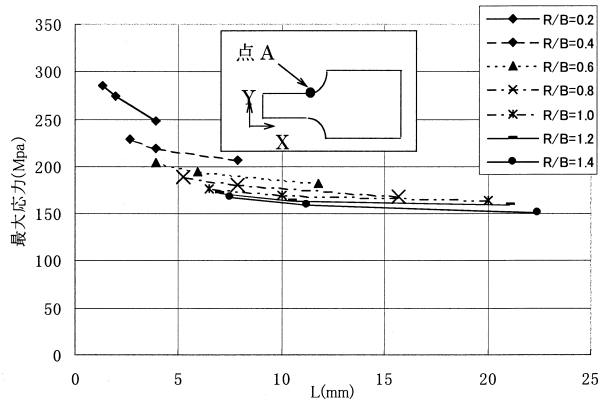


図19 各Lにおける最大応力

は一定なのでフィレット半径が大きくなると、最大応力は減少している。

4.2.3 考察

各 $R/h$ における $L/R$ と解析精度の関係を図20に示す。ここで解析精度とは Heywood の近似式より算出した応力に対する解析値の百分率を示す。

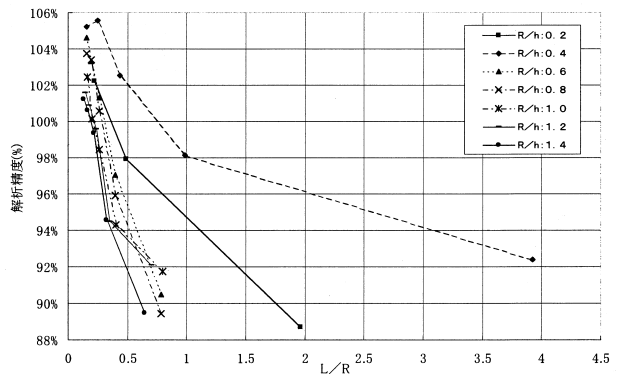


図20 各L/Rにおける解析精度

さらに図20より、解析精度95(%)における各 $R/h$ と $L/R$ の関係を図21に示す。

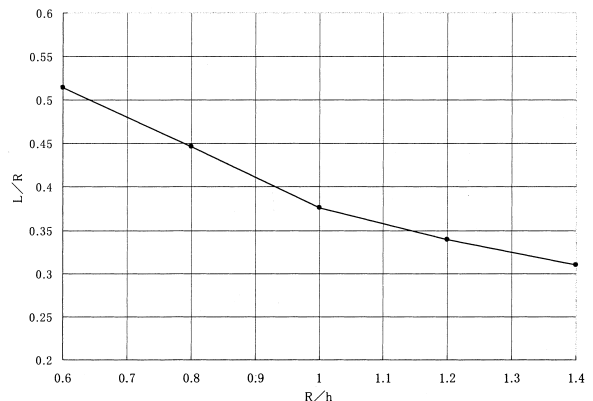


図21 解析精度95%における $R/h$ と $L/R$ の関係

図より、一様な引張り力を受けるフィレット付き有限幅平板を解析精度95(%)にて解析する際に、必要なLを求めることができる。

R/hが増加するとL/Rは減少している。この影響を考察するため、一様な引張り力を受けるフィレット付き有限幅平板の応力集中率を図22に示す。<sup>2)</sup>

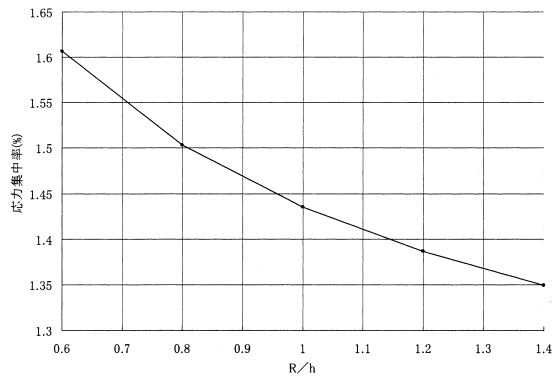


図22 フィレット付き有限幅平板の応力集中率

図22より、応力集中率の基準応力はb部の平均応力であり一定のため、R/hが増加すると応力集中率は減少している。

ここで図21に戻って考えると、R/hが増加すると共に応力集中率が減少するため、同じ解析精度を得るためのLは長くなるはずである。しかし応力集中率が低下しLが長くなる割合より、フィレット半径の増加の割合の方が大きいので、R/hが増加するとL/Rは減少する。

### 4.3 応力集中部における要素分割方法

湾曲モーメントを受ける円孔付き有限幅平板(図23)、引張り力を受けるすみを丸めた長方形孔を持つ平板(図24)についても同様の検討を行った。

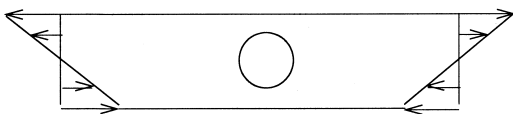


図23 湾曲モーメントを受ける円孔付き有限幅平板

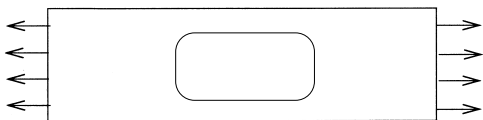


図24 引張り力を受けるすみを丸めた長方形孔を持つ平板

以上の検討より解析精度95(%)を確保できる要素長、応力集中率、孔半径の間には何らかの関係があると推定し、以上の4つの代表的な形状に関する結果を用いて応力集中部の孔半径:Rと要素長:L、応力集中率:αの関係性を求め、図25

に示す。

ここですべての解析対象において、図中の応力集中率とは湾曲モーメントを受ける円孔付き平板については、円孔無し部の応力を、その他の形状については、それぞれの形状の最小断面における平均応力をその基準応力とした時の値を示す。

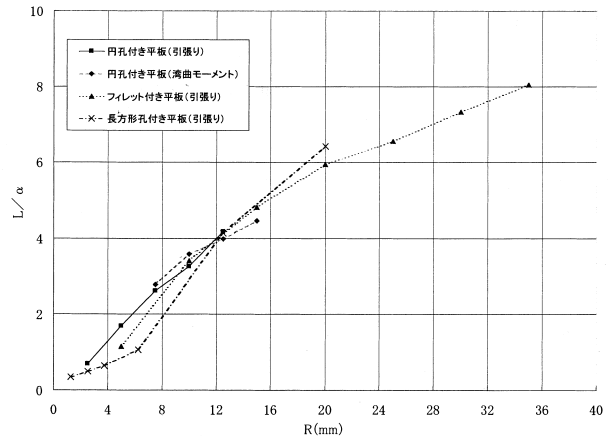


図25 各RにおけるL/α

図25より、解析対象によって多少ばらつきはあるが、応力集中部が円孔やフィレットなどのR部分に存在し、かつ応力集中率が既知である解析対象であれば、このグラフを用いることによって、解析精度95(%)を確保できる要素長:Lを簡単に求め、効率的に適切な解析を実行することが可能である。

## 5.まとめ

本研究では、汎用有限要素法プログラムI-DEAS(米、SDRC社製)を用いて、厳密解または実験値との比較から、シェル要素の線形静解析における基本的特性を検証し、定量的でより精度の高い解析手法の確立を目指した。その結果、以下の知見が得られた。

- ① 四角形二次要素は他の要素形状・次数と比較して、長い要素長でも安定して高い解析精度を確保でき、かつ解析時間が短い有限要素といえる。
- ② Mindlinの板曲げ理論を採用している汎用有限要素法プログラムI-DEASにおいて、解析対象を次元縮小化してシェル要素にて解析を実行する場合、軸方向長さ/厚さ=7以上の解析対象において解析精度95(%)以上を確保できることが、一様分布荷重を受ける両端支持回転自由および固定モデルの曲げにおける軸方向最大応力および変形量の検討結果より分かった。
- ③ 応力集中が円孔、フィレットなどのR部分に存在し、かつ応力集中率が既知である解析対象において、半径:Rお

よび応力集中率と解析精度95(%)を確保できる要素長との関係から、一定の解析精度を保つために必要な要素長を簡便に求めることができることを示した。

## 引用文献

- 1) 東町高雄：有限要素法のノウハウ，森北出版，99p(1993)
- 2) 西田政孝：応力集中，森北出版，(1967)