

ダイナミックダンパーによる振動低減技術の開発

中西 洋介, 堤 大祐, 鈴木 慎一

Vibration Reducing Technique by Dynamic Vibration Absorber

Yohsuke NAKANISHI, Daisuke TSUTSUMI, Shinichi SUZUKI

抄 録

各種機械装置・運搬装置は高速化・高出力化,あるいは軽量化によるコスト低減等で付加価値を高めることができる。しかし,軽量化した機械装置を高速化・高出力化する場合,振動が励起され易くなるため適切な振動対策を施す必要がある。本研究では,制振対象構造物に容易に設置可能であり,かつ,制振装置の中でも装置の単位質量当たりの制振効果が最も優れている動吸振器をとりあげ,磁気ダンパを搭載した装置を設計・製作し,実証試験を通してその制振効果を確認したので報告する。また,線形2乗最適制御を用いてアクティブ動吸振器を設計し,3Dシミュレーションを通してその制振効果を確認したので報告する。

キーワード : 動吸振器, 振動, 制御, 3Dシミュレーション, 磁気ダンパ

Abstract

Machinery, equipment and vehicles can be added value, when they are sophisticated by speeding up and souped-up, or when their cost is reduced by weight saving. But, lightened machinery is easy to vibrate, especially when they are speeded up and souped-up. This is why there need to make an appropriate measure against vibration. In this study, the effect of vibration suppression by dynamic vibration absorber is shown through verification test. Dynamic vibration absorber is easy to be equipped to vibrating structures, and is the most superior in terms of the effect of vibration suppression per unit mass among other vibration control devices. And through 3D CAE simulation, the effect of vibration suppression of active dynamic vibration absorber designed by Linear Quadratic control is also shown.

KEY-WORDS : Motion Analysis, Vibration, Control, CAE, 3D CAE simulation, Magnetic damper

1. はじめに

各種機械装置,一般構造物の付加価値を高め,国内外での市場競争力を高めるためには,高速化・高出力化を図る,あるいは軽量化により製造コストを低減することがその一つの方法である。しかし,高速化・高出力化あるいは軽量化に伴い振動が励起され易くなるため,適切な振動対策が必要となる。一般的に,振動問題の多くは機械装置や構造物の内部減衰が小さいことに起因する。したがって,現在の振動対策は大きく以下の3つに分類することができる。

- ① 制振材料を用いて構造物に減衰を与える
- ② 制振装置を設置して外部より減衰を与える
- ③ 構造物の断面の剛性を高め,共振点を高周波数領域にずらす

バネ・質量・ダンパから構成される動吸振器は②に分類され,以下の特徴がある。

(利点)

- ・構造や取扱いが簡単で低コスト
- ・制振対象構造物に容易に取り付け可能
- ・制振対象構造物の適切な位置に設置した場合,他の対策

事業名: 経常研究

課題名: ダイナミックダンパーによる振動低減技術の開発

と比較して最も優れた制振効果を発揮

(欠点)

- ・減衰率（粘性係数）の変動による制振効果の減退
- ・制振対象構造物の固有振動数の変動による制振効果の減退

以上のように動吸振器は、構造が簡便で製造コストが低い
ため広く産業界で使用されている反面、構成要素の一つである
ダンパの粘性係数が温度変化、経年劣化等で変動した場合、
制振効果が減退するというデメリットを有する。そこで本報
では、粘性係数の変動が極めて少ない磁気ダンパを用いた動
吸振器を設計・試作し、実証試験を通してその制振効果を確
認した¹⁾。

なお、動吸振器のデメリットを改善するものとしてアクティ
ブ動吸振器が考案されている。アクティブ動吸振器はセンサ
からの状態フィードバックを基本としているため設計パラメ
ータ変動に対して強く、ロバストな制振制御系を実現可能である。
さらに、粘性はソフトウェアで実現するため減衰率が変動
することはない。しかし、構成要素としてセンサやアクチュ
エータ、さらにコントローラを必要とし、3つの機械要素の
みから構成される動吸振器と比較してコスト高となるため、
高層ビル、橋梁等の付加価値の高い構造物の制振装置として
使用されるのが一般的である。本報では、設計パラメータの
変動に対してロバスト性を有する線形2乗最適制御（LQ制
御）を用いてアクティブ動吸振器を設計し、3Dシミュレー
ションを通してその制振効果を確認した。

まず、次章で動吸振器とアクティブ動吸振器の設計手法に
ついて説明した後、片持梁の曲げたわみ振動問題について振
動低減シミュレーションを行い、それぞれの設計手法の妥当
性を確認する。次に第3章で、振動低減シミュレーションで
得られた知見を元に設計・試作した動吸振器について説明し、
それらを用いた振動低減実証試験について報告する。

2. 振動低減シミュレーション

一般的に動吸振器は定点理論を用いて設計する。本報では
試作機による実証試験に先立ち、Solidworksの機構解析機
能であるSolidworks Motionを用いた3Dシミュレーション²⁾
により、定点理論を用いて設計した動吸振器の振動低減効果
を確認した。また、アクティブ動吸振器は線形2乗最適制御
を用いて設計し、同じく3Dシミュレーションにより、その
振動低減効果を確認した。

2.1 等価質量の同定

本報では、長さ1m、幅50mm×板厚6mmの長方形一様
断面を有する鋼製片持梁（質量2.6 kg）を対象とし、動吸
振器およびアクティブ動吸振器による曲げたわみ振動低減シ

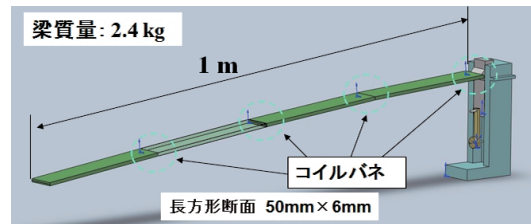


図1 片持梁4分割モデル (Solidworks)

表1 片持梁の固有振動数 (Hz)

次数	弾性体	4分割モデル
1次	4.96	4.92
2次	31.1	34.1
3次	87.1	118

ミュレーションを行った。なお、Solidworks Motionによる
機構解析は剛体のみ解析可能であり、弾性体を取り扱うこ
とができない。したがって、ここでは図1に示すように、片
持梁を剛体要素として4等分に分割し、それぞれをコイルバ
ネで連結して片持梁の弾性たわみ振動を模擬した。その際、
4つのコイルバネのバネ定数は全て等しいものとし、4分割
モデルの1次と2次の固有振動数が、弾性体として計算した
片持梁の1次と2次の曲げ固有振動数とほぼ等しくなるよう
にコイルバネのバネ定数（1,120Nm/rad）を決定した。表
1に弾性体として計算した片持梁の固有振動数とSolidwork
s Motionで計算した4分割モデルの固有振動数を示す。

なお定点理論では、制振対象構造物を集中質量系である1
自由度のバネ-質量系として動吸振器を設計する。しかし、
周知のように弾性変形を伴う一般の機械・構造物は分布定数
系である。したがって、動吸振器を設計する際、制振対象で
ある分布定数系の一般構造物を1自由度のばね-質量系で近
似する必要がある。近似したばね定数と質量をそれぞれ等価
ばね定数、等価質量と呼び、近似する方法を等価質量同定法³⁾
と呼ぶ。以下に等価質量同定法の概要を記す。

制振対象構造物の固有振動数を実測あるいは数値計算によ
って求め、その値を ω とする。また、等価質量と等価ばね定数
をそれぞれ M 、 K とする。この時、既知の固有振動数 ω は
次式で表される。

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (1)$$

制振対象構造物に既知の付加質量 Δm を取り付けると、
固有振動数 Ω は変化する。 Ω は実測あるいは解析で求められ、

$$\Omega = \sqrt{\frac{K}{M + \Delta m}} \quad (2)$$

で表される。したがって、式(1)、(2)より未知の等価質量が次
式で計算できる。

$$M = \Delta m \frac{\Omega^2}{\omega^2 - \Omega^2} \quad (3)$$

等価ばね定数 K は、式(3)を式(1)に代入して求めることができる。なお、実測で固有振動数を求める際、 ω と Ω にはFFTの周波数分解能に起因する測定誤差が含まれる。したがって、式(3)の分母より、 ω と Ω の差が小さい場合、等価質量 M の計算精度が著しく劣化することがわかる。一方、 ω と Ω の差を大きくするために付加質量 Δm の値を大きくすると振動モード形状が変化する。したがって、式(3)を用いて等価質量 M を計算する場合、振動モード形状が変化しない程度に十分に大きな付加質量 Δm を選定する等の工夫が必要となる。

表2に、図1の片持梁4分割モデルにおいて、固定端より0.77mの位置に付加質量 Δm を設置した時の1次固有振動数と、式(3)で計算した等価質量を示す。なお、固有振動数はSolidworks Motionで計算した片持梁先端変位の時系列データにFFT処理を施して求めた（周波数分解能0.15Hz、サンプリング周波数300Hz、データ長2048）。表2より、片持梁4分割モデルの1次モードに対応する等価質量は $M = 1300\text{g}$ とした。同様の手順を踏み、付加質量 Δm を固定端より0.52mmの位置に設置した場合の2次モードに対等する等価質量を計算した結果、 $M = 1200\text{g}$ となった。

表2 片持梁の等価質量

付加質量 Δm (g)	固有振動数 (rad/s)	等価質量 M (g)
0	31.3	-
140	30.4	2290
187	29.5	1457
234	28.5	1151
281	28.5	1382
351	27.6	1224

2.2 動吸振器による振動低減シミュレーション

2.2.1 定点理論による動吸振器設計

定点理論⁴⁾によると、動吸振器の質量 m [kg]、バネ定数 k [N/m]、粘性係数 c [Ns/m] はそれぞれ次式で算出することができる。

$$m = \mu M \tag{4}$$

$$k = m \frac{K}{M} \left(\frac{1}{1+\mu} \right)^2 \tag{5}$$

$$c = 2m \sqrt{\frac{K}{M}} \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \tag{6}$$

ここで、 M 、 K はそれぞれ制振対象構造物の等価質量、等価バネ定数、 μ は制振対象構造物の等価質量に対する動吸振器の質量比 (m/M) である。

表3に質量比 $\mu = 0.1$ として式(4)~(6)を用いて計算した1

表3 動吸振器緒言計算値 (定点理論)

	1次モード	2次モード
質量比	0.1	0.1
質量[kg]	0.13	0.12
バネ定数[N/m]	105	3790
粘性係数[N/(m/s)]	1.37	7.87

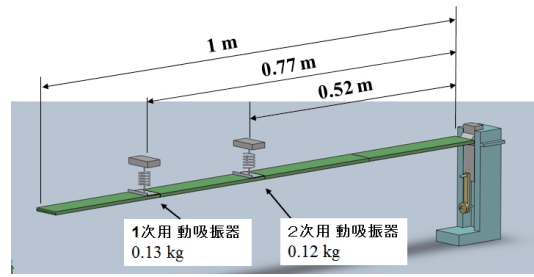


図2 動吸振器を設置した片持梁4分割モデル

次モードと2次モード制振用動吸振器の質量、バネ定数、粘性係数を示す。また、図2にそれぞれの動吸振器を設置した状態の片持梁4分割モデルを示す。

2.2.2 シミュレーション結果

図3に、1次、2次モード振動吸収用動吸振器に表3に示す値を設定してSolidworks Motionでシミュレーションした結果を示す。横軸は時間、縦軸は梁の先端変位である。図3(a)は、梁先端に5Nの外力を0.5秒間ステップ状に負荷した時の過渡応答である。図より外力除荷後、約1秒で振動が収束していることが確認できる。図3(b)、(c)はそれぞれ梁の根元に5Hz（1次共振）と30Hz（2次共振）で±5mmの強制変位を与えた時の定常応答である。図より、動吸振器を設置しない場合と比較して、振動振幅が大幅に低減していることが分かる。

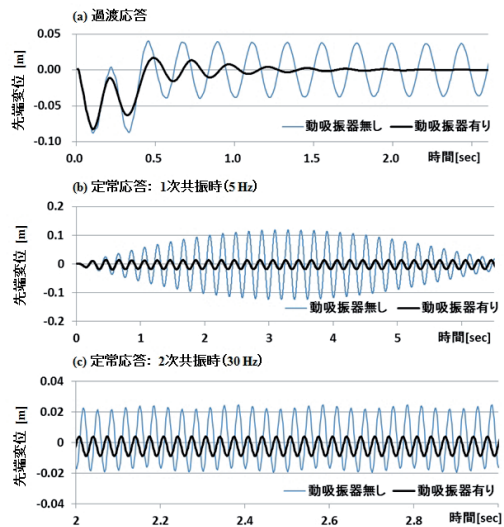


図3 シミュレーション結果 (動吸振器)

2.3 アクティブ動吸振器による振動低減シミュレーション

2.3.1 線形2乗最適制御による動吸振器設計

図4に本報で設計したアクティブ動吸振器の構成を示す。制振対象である4分割片持梁は、1自由度のバネ-質量系（質量 M 、バネ定数 K ）で表現している。

2個の変位センサを用いて制振対象の絶対変位 X と、制振対象に対する質量 m の相対変位 x_d を検出する。コントローラでは X と x_d 、さらにそれらを微分した速度信号にそれぞれフィードバックゲインを乗算して状態フィードバック制御量、すなわちアクチュエータの駆動力 f_c を計算する。質量 m のおもりを制振対象に固定したアクチュエータで駆動することで制振対象の振動を抑制する構成となっている。なお、実機では通常、アクチュエータとして油圧シリンダ、モータ（ボールねじ駆動）、電磁石等を使用する。

図4を元に質量 M , m の運動方程式を構築すると、次式で表現される。

$$M\ddot{x} = -kx + (kx - K) + f_c \quad (7)$$

$$m\ddot{x}_d = -k(x - X) - f_c \quad (8)$$

制振対象に対する質量 m の相対変位 x_d を用いて表すと、

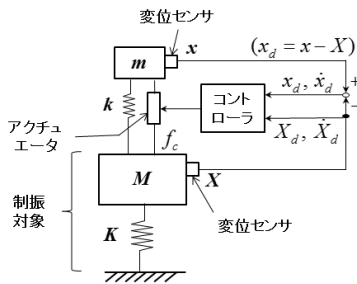


図4 アクティブ動吸振器の構成

$$\ddot{x} = -\frac{K}{M}X + \frac{k}{M}x_d + \frac{1}{M}f_c \quad (9)$$

$$\ddot{x}_d = \frac{K}{M}X + \frac{m+M}{mM}kx_d - \frac{m+M}{mM}f_c \quad (10)$$

ここで、状態変数を次のように定義する。

$$\mathbf{x} = [X \ \dot{X} \ x_d \ \dot{x}_d]^T = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4]^T \quad (11)$$

式(8)で定義した状態ベクトルを用いると、式(6), (7)は次式の状態方程式で定式化される。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}f_c \quad (12)$$

ここで、

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{K}{M} & 0 & \frac{k}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K}{M} & 0 & -\left(1 + \frac{m}{M}\right)\frac{k}{m} & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{M} & 0 & -\left(\frac{1}{m} + \frac{1}{M}\right) \end{bmatrix}^T \quad (14)$$

である。

以上より、アクティブ動吸振器による制振制御問題は、式(12)で表現されたシステムの状態変数 \mathbf{x} をすみやかに $\mathbf{0}$ に収束させるために必要となる外部入力 $f_c(t)$ を決定する問題として定式化することができる。本報では上記問題を解決する

ための常套手段である状態フィードバック制御則

$$f_c(t) = -\mathbf{K}^T \mathbf{x} \quad (15)$$

を用いて制御力 $f_c(t)$ を決定した⁵⁾。ここで、 \mathbf{K} は制御ゲインである。制御入力 $f_c(t)$ を大きくすることで状態変数 \mathbf{x} をすみやかに $\mathbf{0}$ に収束させることが可能となるが、過大な入力によりアクチュエータや制振対象が破損する、あるいは操作部が飽和して制御特性が劣化するなどの問題が発生する。すなわち応答性の良さと制御入力の大きさにはトレードオフが存在する。ここでは状態変数 \mathbf{x} と制御入力 $f_c(t)$ を用いた2次形式評価関数

$$J = \int_0^{\infty} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q} \mathbf{x} + f_c^T \mathbf{R} f_c) dt \quad (16)$$

が最小となるような制御入力 $f_c(t)$ を決定する線形2乗最適制御を用いて、制御ゲイン \mathbf{K} を決定した。ここで \mathbf{Q} , \mathbf{R} は重み行列で、設計者が決定する設計パラメータである。 \mathbf{Q} を大きくすることで速応性が高くなるように、また \mathbf{R} を大きくすることで制御入力を抑えるように制御ゲイン \mathbf{K} が調整可能である。

2.3.2 シミュレーション結果

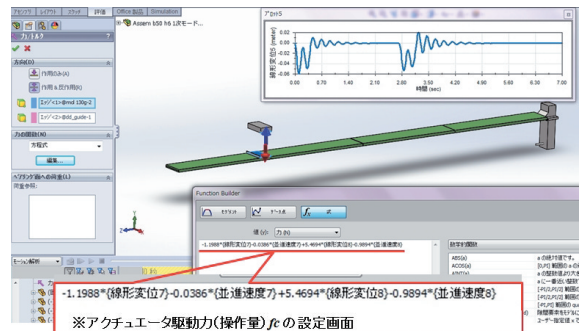


図5 アクティブ動吸振器シミュレーション

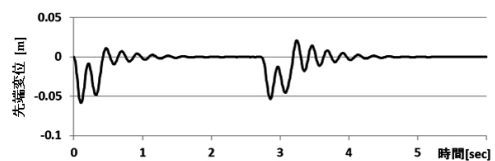


図6 シミュレーション結果（アクティブ動吸振器）

図5にSolidworks Motionでのアクティブ動吸振器のシミュレーションを、また、図6に梁先端に5Nの外力を0.5秒間ステップ状に負荷した時の過渡応答（シミュレーション結果）を示す。横軸は時間、縦軸は梁の先端変位である。なお、設計パラメータであるおもみ行列の値、および、その結果計算された制御ゲインの値はそれぞれ、

$$\mathbf{Q} = \text{diag}[80, 80, 80, 80]$$

$$R = 10$$

$$K = [10.9267 \quad -0.0041 \quad 14.7758 \quad -2.5709]^T$$

である。

図6より外力除荷後、約1秒で振動が収束していることが確認できる。

以上より、等価質量同定法および定点理論を用いて設計した動吸振器と、最適2乗線形制御を用いて設計したアクティブ動吸振器の振動低減効果を3Dシミュレーションにより確認することができた。

3. 実証試験

シミュレーション結果で得られた知見を元に、等価質量同定法および定点理論を用いて動吸振器を設計し、実証試験を通して制振効果を確認した。

3.1 制振対象構造物

図7に制振対象構造物として製作した門型構造物を示す。高さとは幅は共に500mmで質量は2.74kgである。1次振動は図7に示す変形方向に励起され、基本振動数は8.1Hzである。動吸振器を図に示す位置に設置するものとし、2.1項に記述した方法にしたがって等価質量を同定した結果、1.81kgとなった。

質量比 $\mu = 0.1$ とし、式(4)~(6)にしたがって動吸振器を設計すると、 $m = 0.181\text{kg}$ 、 $k = 341\text{N/m}$ 、 $c = 2.90\text{N/(m/s)}$ となる。

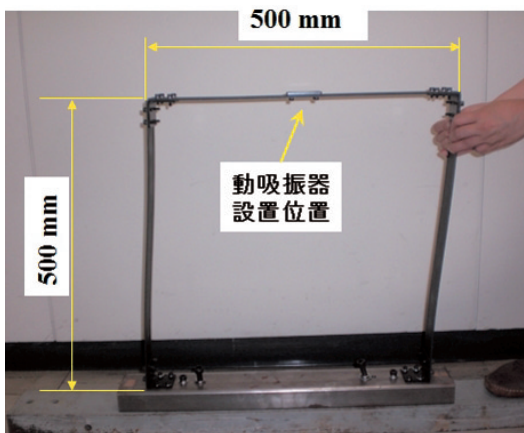


図7 門型構造物

3.2 磁気ダンパ

動吸振器に使用するダンパとして、オイルダンパ、摩擦ダンパ、磁気ダンパ、シリコンゲル等がある。オイルダンパは古くから使用され最も汎用的だが、温度や経年劣化で粘性係数が変化するため使用環境に留意する必要がある。一方、磁気ダンパは、

- 温度変化の影響を受けにくい
- 非接触なので不要な摩擦がない
- 構造と取付けが簡単で小型化が可能

等の特徴があり、小型の制振対象構造物の振動抑制を目的とした動吸振器用のダンパとして理想的である。粘性係数を大きくするためには強力な磁力を必要とするが、近年、ネオジム磁石等の高性能永久磁石が比較的安価に入手可能であり実用段階に達している。したがって、ここでは動吸振器用ダンパとして磁気ダンパを採用することにした。

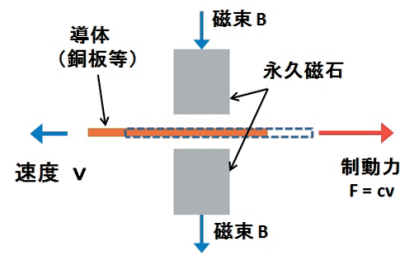


図8 磁気ダンパの基本構成

図8に磁気ダンパの基本構成を示す。永久磁石の磁場内を導体が通過すると導体内に渦電流が発生し、導体の運動と逆方向に磁気制動力が発生する。導体の厚さを $t[\text{m}]$ 、導体の固有抵抗を $\rho[\Omega\text{m}]$ 、永久磁石の磁極面積を $a[\text{m}^2]$ 、磁束密度を $B[\text{T}]$ とすれば、磁気ダンパの粘性係数 $c[\text{N/(m/s)}]$ は次式で表される。

$$c = K_m \frac{atB^2}{\rho} \quad (17)$$

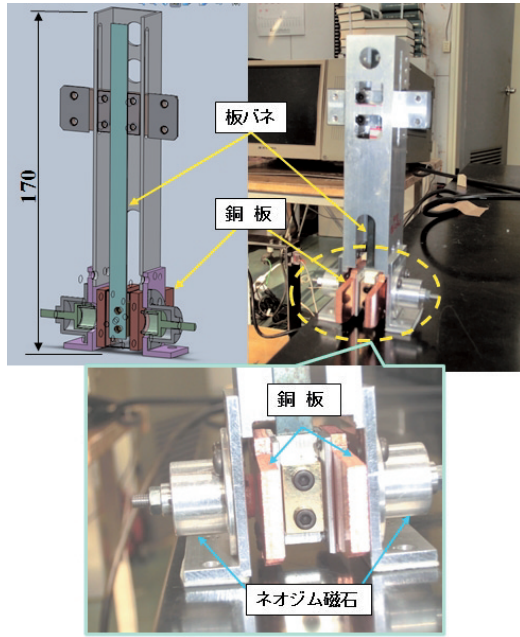
ここで、 K_m は導体面積 $A[\text{m}^2]$ と磁極面積 $a[\text{m}^2]$ の比で定まる係数で、 $A/a \gg 1$ の場合、 $K_m = 0.5$ となる。

動吸振器を製作する際、ダンパの粘性係数値を微調整し、式(6)で計算された値にする必要がある。式(14)より、磁気ダンパの粘性係数値は導体の厚さ t 、あるいは磁束密度 B により微調整可能である。磁束密度 B は磁石～導体間距離で調整可能である。

3.3 板バネ式動吸振器

図9に試作した動吸振器を示す。幅10mm、厚さ1mmの板バネ（SK5材）の先端に、全質量が0.181gとなるように大きさを調整した2枚の銅板、真鍮等を設置している。また、板バネの長さ（支持端～動吸振器質量重心位置）はバネ定数が341N/mとなるように、114.7mmに調整している。

板バネ先端に設置した2枚の銅板の横には、銅板との距離を0～3mmの範囲内で微調整できるにネオジム磁石（直径10mm、軸長10mmの円柱形状）を設置しており、銅板の運動方向と逆方向に磁気制動力が発生する。式(14)に、銅板の厚さ $t = 0.004[\text{m}]$ 、固有抵抗 $\rho = 1.69 \times 10^{-8}[\Omega\text{m}]$ 、磁極面積 $a = 7.85 \times 10^{-5}[\text{m}^2]$ 、磁束密度 $B = 0.4[\text{T}]$ 、 $K_m = 0.5$



磁気ダンパ部
図9 板バネ式動吸振器

を代入すると、 $c = 1.49\text{N(m/s)}$ となる。銅板とネオジウム磁石が2対あることから、結局、粘性係数は $c = 2.98\text{N(m/s)}$ となる。

図10に直径10mm、軸長10mmの円柱形状ネオジウム磁石の磁石～銅板間距離と磁束密度の関係（計算値）を示す。磁石～銅板間距離を調整することで、磁束密度、さらに粘性係数を微調整することが可能である。

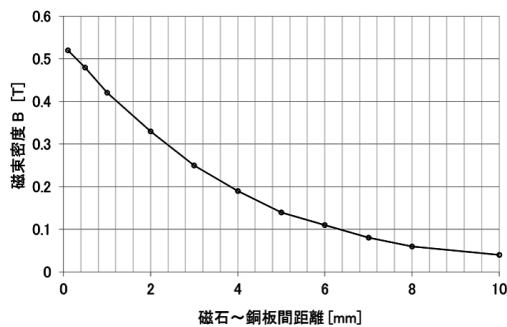


図10 磁極～銅板間距離と磁束密度の関係

3.4 実験結果

図11に動吸振器を設置した門型構造物を、図12に門型構造物上端の水平方向初期変位を9mmとした時の過渡応答を示す。横軸は時間、縦軸は門型構造物上端の水平方向変位である。図より、動吸振器が無い場合、振動が持続しているのに対し、動吸振器を設置した場合、約3秒で振動振幅がほぼ0に収束していることが確認できる。

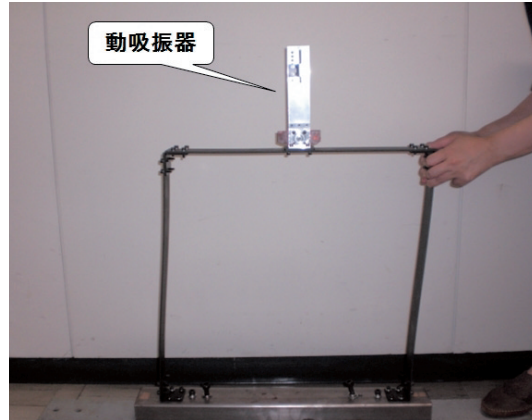


図11 動吸振器を設置した門型構造物

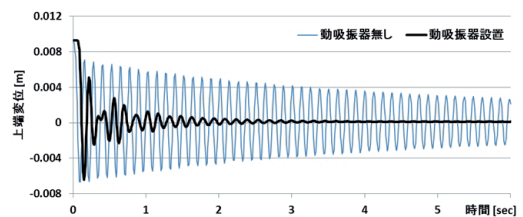


図12 実験結果

4. まとめ

本報では、等価質量同定法、定点理論にしたがって動吸振器を設計し、その振動低減効果をSolidworks Motionによる3Dシミュレーションを通して確認した。さらに、シミュレーションで得られた知見を元に磁気ダンパを搭載した動吸振器を設計・試作し、門型構造物に対する振動低減試験を行った結果、極めて良好な結果を得た。さらに、設計パラメータの変動に対してロバスト性を有する線形2乗最適制御（LQ制御）を用いてアクティブ動吸振器を設計し、3Dシミュレーションを通してその制振効果を確認した。

今後は、磁気ダンパを搭載した動吸振器を一般構造物、機械装置等の実振動問題に適用し、その振動低減効果を確認していきたい。

謝辞

本研究で振動の計測・データ処理に使用した機械性能評価システムは、財団法人JKAの機械振興補助事業により整備されました。また、3Dシミュレーションに使用した3次元CAD解析システムは地域産学官共同研究拠点整備事業により整備されました。記して感謝致します。

引用文献

- 1) 背戸一登：磁気ダンピングを有する定数可変形動吸振器の研究，日本機械学会論文集（C編），Vol.45 No.397，pp.1010-1017，（1979）
- 2) 中西洋介ほか5名：農業機械の姿勢・振動制御技術の開発，北海道立工業試験場報告，No310，pp.23-30，（2011）
- 3) 背戸一登：動吸振器とその応用，コロナ社，84PP.，（2010）
- 4) 背戸一登：振動工学，森北出版，179PP.，（2002）
- 5) 中西洋介ほか3名：柔軟作業アームの制振制御，北海道立工業試験場報告，No305，pp.25-38，（2006）