

- 研究 -

# 集成材剛節骨組構造のための交差重ね 合わせ接着接合の強度設計 (第2報)

- 接着層のねじり応力がねじりの中心からの距離に比例すると  
仮定した場合の接合部の強度設計方法 -

小 松 幸 平

Strength Design of Cross - Lapped Glued Joints for Glulam  
Portal Frames ( )

- An approach to designing the strength of glue joints providing torsional  
stress is proportional to the distance from the rotation center -

Kohei KOMATSU

In the previous report (ref.1) , torsional stresses in glue lines between  
leaves of cross-lapped glued joint were analyzed on the basis of Saint Venant's  
torsion theory where "warp" must be taken into consideration .

On the other hand , Prof . Goodier ( ref . 2 ) had pointed out that torsional  
stress , in an elastic thin layer whose anti-plane deformation was confined  
between rigid plates , could be considered to be locally proportional to the  
distance from rotation center in the extent of " Saint Venant's Principle " .

In this report , torsional stress in glue line was analyzed as shown in Fig.1  
and eqs . 1)-20 ) , providing that the state of glue lines between glulam leaves  
approximately corresponds to that Prof . Goodier had pointed out .

Eq.27) gives permissible moment  $M_d-1$  for general glulam knee joint composed  
of several thin layers of same thickness " t " shown in Fig . 3 . Some comparisons  
between  $M_d-1$  and  $M_d-2$  derived in previous report ( ref.1 ) are shown in  
Figs.4 and 5 .

Figs.6. ( a ) , ( b ) , ( c ) and ( d ) show permissible moment  $M_d$  estimated using  
two different strength criteria, i.e. glue line rolling shear strength criterion  
( : eq.28) and member bending strength criterion ( - : eq.29) using  
allowable stresses for Ezomatsu ( picea ) and Todomatsu ( abies ) glulam .  
Contrary to the case of New Zealand radiata pine glulam ( No.1 framing ) , in  
a wide range of joint configurations rolling shear strength criterion gives  
smaller permissible moment than member bending strength criterion does .

前報 ( 文献 1 ) では、交差重ね合わせ接着接合における集成原板間の接着層のねじり応力度を  
「反り」を考慮する Saint Venant のねじり理論を適用して解析した。

一方、Goodier 教授は、反りが剛な板で拘束されている薄い弾性層内のねじり応力度は、

「Saint Venantの原理」より、局所的にねじり中心からの距離に比例するとみなせることを指摘している。(文献2)。

本報では、集成原板間の接着層の状況は、Goodier 教授の指摘した状況にほぼ対応すると仮定して、第1図及び式(1) - (20)に示すように接着層のねじり応力度を解析した。

厚さがすべて  $t$  の集成原板数枚から成る一般的な集成材剛節骨組 (第3図参照) の許容モーメント  $M_{d-1}$  を式(27)に示す。第4, 5図に本報で求めた許容モーメント  $M_{d-1}$  と前報で求めた許容モーメント  $M_{d-2}$  の比較を示す。

第6図 - (a), (b), (c), (d) は、2つの異なった強度条件、すなわち、接着層のローリングシアア強度条件 (式(28)) と、部材曲げ強度条件 (式(29)) に北海道のエゾマツ・トドマツ集成材の許容応力度を適用して算定した許容モーメント  $M_d$  を示す。ニュージーランドのラジアタパインの集成材 (No. 1 F) の場合とは逆に、道産集成材の場合、ローリングシア強度条件の方が部材曲げ強度条件より、多くの接合形態において、小さな許容モーメントを与える。

### 1. はじめに

前報<sup>1)</sup>では、交差重ね合わせ接着接合における接着層内のねじり応力度を、純ねじりを受ける平行四辺形断面棒の一切断面と見なして強度設計式を導いた。

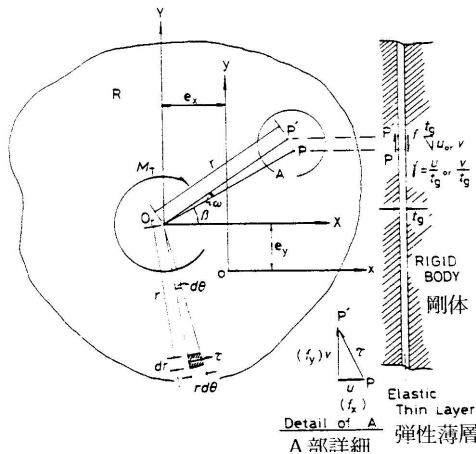
しかし、交差重ね合わせ接着接合部の接着層では、純ねじり理論 (Saint Venantのねじり理論) が主張するように、接着層と直交する方向、すなわち、集成原板の板厚方向に反り変形 (warping) が本当に起こっているのか疑問である。むしろ、接着層は2つの比較的剛な物体にはさまれた非常に薄い層に近い状態で、反り変形は被着体 (集成原板) の存在によって拘束されているように思える。

Goodier<sup>2)</sup>は、2つの剛体板に接着され、反り変形が拘束された状態で、剛体側にねじりモーメントを受けて変形する非常に薄い弾性層について、「ねじり応力の乱れは、縁端部のごく一部に限られ、その他の部分では、ねじり応力度はねじり中心からの距離  $r$  に比例すると考えて実用上十分である」との考えを示している。Goodierが取り上げた状態と、交差重ね合わせ接着接合部の接着層と集成原板の置かれている状態とは厳密には異なるが、今仮にこの関係がほぼ等しいものとすれば、反り変形を考慮する必要がなくなるので、ねじり応力の解析は閉じた形で解を得ることが可能となる。

本報では、接着層はねじりを受けるものの、その面内だけで変形し、面外には変位しないとの前提の基に、交差重ね合わせ接着接合部のねじり応力度を誘導する。

### 2. 解析

第1図に示すように、基本原板に作用したねじりモーメントによって、接着界面上のある点  $P$  はその面内で  $P'$  に変位したとする。  $O r$  を仮のねじり中心とし、独自に定めた  $x y$  - 座標系の原点からの偏心量を  $e_x, e_y$  と



第1図 2つの剛体にはさまれた弾性薄層内の1点  $P$  の反りを伴わない面内ねじり変形

Fig.1 In-Plane displacement of point  $P$  by torsion with no warping in an elastic thin layer bounded by two rigid bodies.

In this figure:  $M_t$  = torsional moment  
 $\omega$  = torsional stress (resultant of  $f_x$  and  $f_y$ )  
 $f_x, f_y$  = torsional stress components corresponding to the displacement  $u$  and  $v$ , respectively.  
 $O r$  = rotation center  
 $\omega$  = angle of rotation.  
 $e_x, e_y$  = eccentricities from  $O r$  to the origin of  $x y$ -coordinate.

する。第1図より、

$$X = x + ex = \cos \dots \dots \dots (1)$$

$$Y = y + ey = \sin \dots \dots \dots (2)$$

$$= OrP \quad OrP' \dots \dots \dots (3)$$

をねじり角度とし、《 とする。は小さい値

であるから、

$$\cos 1 \quad \sin \dots \dots \dots (4)$$

点Pのx方向変位量は、(1) ~ (4) の関係を利用して

$$\mu = \cos( + ) - \cos$$

$$- \cdot \sin = - Y = - (y + ey) \dots (5)$$

y方向変位も同様に

$$= \sin( + ) - \sin$$

$$\cos = X = (x + ex) \cdot \dots (6)$$

$\mu$ , に比例して発生するせん断応力度のx, y方向分力  $f_x$ ,  $f_y$ は、反りが生じないと仮定より、第

1図の断面図を参照して、

$$f_x = G_x \frac{u}{tg} = -G_x \frac{\omega}{tg} (y + e_y) = -G_x \frac{\omega}{tg} Y \dots (7)$$

$$f_y = G_y \frac{v}{tg} = -G_y \frac{\omega}{tg} (x + e_x) = G_y \frac{\omega}{tg} X \dots (8)$$

ただし、

$G_x, G_y$ : x, y方向のせん断剛性率

tg: 接着層の厚さ

接着層の境界周辺には直接外力は作用しないから、

$$\Sigma X = 0 \text{ より } \iint_R f_x \, dx dy = 0 \dots \dots \dots (9)$$

$$\Sigma Y = 0 \text{ より } \iint_R f_y \, dx dy = 0 \dots \dots \dots (10)$$

$f_x, f_y$ の合応力がねじり応力度 であるから、

$$\begin{aligned} \tau &= \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \\ &= \sqrt{G_x^2 \frac{\omega^2}{tg^2} Y^2 + G_y^2 \frac{\omega^2}{tg^2} X^2} \\ &= \frac{\omega}{tg} \sqrt{G_x^2 Y^2 + G_y^2 X^2} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

接着層は等方性であると考え  $G_x = G_y = G$  とすれば、

$$\tau = \frac{G \omega}{tg} \sqrt{X^2 + Y^2} = \frac{G \omega r}{tg} \dots \dots \dots (12)$$

ねじり応力度のつりあいは第1図を参照して

$$M_T = \iint_R \tau \cdot r \, (dr \cdot r d\theta) = \iint_R \tau \cdot r \, dA \dots \dots (13)$$

式(12)の を式(13)に代入すると

$$\begin{aligned} M_T &= \iint_R \frac{G \omega}{tg} r^2 \, dA = \frac{G \omega}{tg} \iint_R r^2 \, dA \\ &= \frac{G \omega}{tg} I_p \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

ただし  $I_p = \iint_R r^2 \, dA$  (断面2次極モーメント) ... (15)

式(14)の関係を式(7), (8)に代入すると

$$f_x = -\frac{M_T}{I_p} (y + e_y) \dots (16) \quad f_y = \frac{M_T}{I_p} (x + e_x) \dots (17)$$

式(16), (17)を式(9), (10)に代入すると

$$\iint_R f_x \, dx dy = \iint_R -\frac{M_T}{I_p} (y + e_y) \, dx dy = 0$$

$$\rightarrow -\frac{M_T}{I_p} \left\{ \iint_R y \, dx dy + \iint_R e_y \, dx dy \right\} = 0$$

$$\therefore e_y = -\frac{\iint_R y \, dx dy}{\iint_R dx dy} = -\frac{S_X}{A_R} \dots \dots \dots (18)$$

ここで、

$S_X$ : 接着層のx軸に関する断面一次モーメント

$A_R$ : 接着層の面積

$f_y$ に関するつりあいから、同様に

$$e_x = -\frac{\iint_R x \, dx dy}{\iint_R dx dy} = -\frac{S_Y}{A_Y} \dots \dots \dots (19)$$

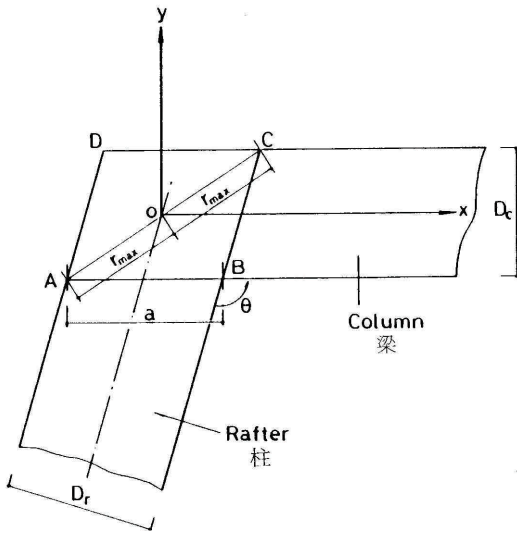
$S_Y$ : 接着層のy軸に関する断面一次モーメント  
最後に、式(14)の関係を式(12)に代入すると

$$\tau = \frac{M_T}{I_p} r \dots \dots \dots (20)$$

すなわち、反りが発生しないと仮定すれば、ねじり応力度はねじり中心O rからの距離 に比例するといふ単純な形が導かれる。なお、 の計算に必要な  $e_x, e_y, I_p$  の計算は APPENDIX に示す。

### 3. 許容ねじりモーメントの算定

交差重ね合わせ接着接合部の形状、寸法を第2図のように定義する。平行四辺形の場合、直交座標軸を第2図のようにとれば、 $S_x = S_y = 0$  となり  $e_x = e_y = 0$



第2図 交差重ね合わせ接着接合部の定義  
 Fig. 2 Definition of cross-lapped glued joint  
 Notes:  $D_r$  = depth of rafter .  
 $D_c$  = depth of column .  
 $\theta$  = interleaving angle .  
 $r_{max}$  = maximum distance from center of rotation to the point of maximum stress .

でねじり中心は座標軸の原点に一致する。式 (20) に従えば、最大ねじり応力度  $r_{max}$  は原点から最も離れたA又はC点に発生することになる。第2図より

$$r_{max} = OA = OC = \frac{AC}{2} = \frac{1}{2 \sin \theta} \sqrt{D_c^2 + D_r^2 - 2 D_r D_c \cos \theta} \dots (21)$$

APPENDIXより平行四辺形の $I_p$ は、

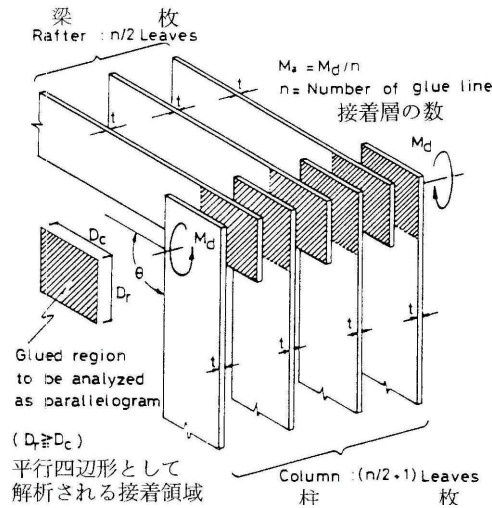
$$I_p = \frac{D_c D_r (D_r^2 + D_c^2)}{12 \sin^3 \theta} \dots (22)$$

接着層でのローリングシア破壊条件は

$$\tau_{max} \leq f_r = \frac{f_s}{3} \dots (23)$$

以上より、一接着層あたりの許容ねじりモーメント  $M_a$  は次の式 (24) で算定される。

$$M_a = \frac{\tau_{max} I_p}{r_{max}} = \frac{D_c D_r (D_r^2 + D_c^2)}{12 \sin^3 \theta} \cdot \frac{2 \sin \theta \cdot f_r}{\sqrt{D_c^2 + D_r^2 - 2 D_c D_r \cos \theta}} = \frac{f_r \cdot D_c D_r (D_c^2 + D_r^2)}{6 \sin^2 \theta \sqrt{D_c^2 + D_r^2 - 2 D_c D_r \cos \theta}} \dots (24)$$



第3図 厚さ  $t$  の集成原板を多層交差重ね合わせ接着して構成される軒肩接合部の一般的形態  
 Fig. 3 General configuration of cross-lapped glued knee joint composed of several glulam leaves of each thickness  $t$  .

実際の交差重ね合わせ接着接合では、第3図に示すように、一定厚さ  $t$  の集成原板が使用される。今、接着層の数を  $n$  ( $n$  は偶数) とすると、梁部材は  $n/2$  枚、柱部材は  $n/2 + 1$  枚の集成原板から成るのが普通である。

梁と柱は軒肩部で同一の許容モーメントを共有するので、梁と柱の断面係数が等しいと置くのが設計上合理的である。  $Z_r = Z_c$  の条件より  $D_r$  と  $D_c$  に関し て次の関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} D_c &= \phi D_r \\ \phi &= \sqrt{\frac{n}{n+2}} \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

$$M_d = n M_a \text{ (接合部の許容モーメント)} \dots (26)$$

式 (24), (25), (26) より、接着層破壊条件より得られる接合部の許容モーメント  $M_{d1}$  は

Goodierが指摘したように、これらの点では応力の乱れがあって式 (20) は正しくはない。しかし、実用設計式を導く分には、これらの点で  $r_{max}$  が発生すると考えるのが妥当であろう。

$$M_{d-1} = \frac{n f_r}{6 \sin^2 \theta} \cdot \frac{\phi(1 + \phi^2)}{\sqrt{1 + \phi^2 - 2\phi \cos \theta}} D_r^3 \quad \dots\dots (27)$$

ただし

n : 接着層の数 (偶数)

f<sub>r</sub> : 集成材同士のローリングシア強度 (許容応力度) . 一般に f<sub>r</sub> = f<sub>s</sub> / 3 . f<sub>s</sub>は集成材のせん断強度 (許容応力度)

φ : 式 (25)      φ = √n / (n + 2)

: 梁と柱との開き角度

D<sub>r</sub> : 梁部材の材せい

4. 純ねじり理論による許容モーメントとの比較

前報では、純ねじり理論に基づいた数値解析

(Biezeno-Koch法) によって接合部の許容モーメント M<sub>d-2</sub> を次式の形で導いた<sup>1)</sup>。

$$M_{d-2} = \frac{n f_r}{8 \mu} \cdot \phi^{2-\lambda} \cdot D_r^3 \quad \dots\dots\dots (28)$$

ただし、μ と λ は D<sub>r</sub> / D<sub>c</sub> の関数で第1表の値をとる。

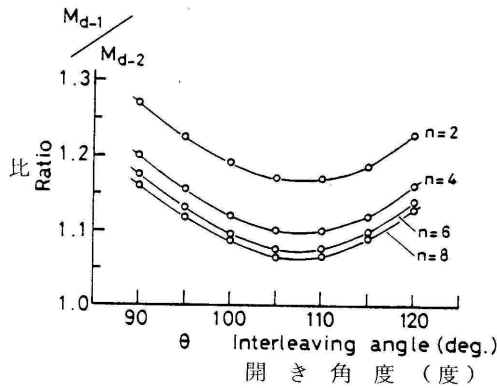
第4図は式 (27) による許容モーメント M<sub>d-1</sub> と式 (28) による許容モーメント M<sub>d-2</sub> の比を示す。接着層の数 n, 開き角度の大小に関係なく、M<sub>d-1</sub> の方が M<sub>d-2</sub> より常に大きな許容モーメントを与える。

第4図から看取されるように、M<sub>d-1</sub> / M<sub>d-2</sub> の値は、一般的な山形ラーメンで採用される勾配時 (2寸 ~ 3寸勾配, θ = 100 ~ 107°) に最小値をとり、n = 6 の最も一般的な接合形態の場合で、M<sub>d-1</sub> が M<sub>d-2</sub> より 8 ~ 10% 程度大きい許容モーメントを与える。し

第1表 式 (28) における係数 μ と λ の値  
Table 1 Values of coefficients μ and λ in equation (28)

θ	μ	λ	r <sup>2</sup>
90	0.597	0.2367	0.998
95	0.594	0.2341	0.997
100	0.584	0.2277	0.997
105	0.572	0.2330	0.991
110	0.561	0.2531	0.965
115	0.551	0.2859	0.985
120	0.537	0.3024	0.971

<sup>2)</sup> 最小二乗法であてはめた場合の決定係数  
Coefficient of determination .  
: 開き角度 (度) Interleaving angle (degree)

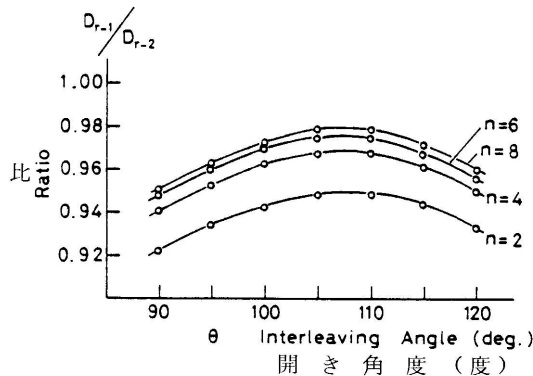


(備考 n : 接着層の数)  
(Note n : number of glue-line)

第4図 開き角度 に対する許容モーメント M<sub>d-1</sub> と M<sub>d-2</sub> の比較

Fig. 4 Comparisons between permissible moment M<sub>d-1</sub> and M<sub>d-2</sub> against interleaving angle .

Notes : M<sub>d-1</sub> = permissible moment calculated by eq.(27) derived in this report .  
M<sub>d-2</sub> = permissible moment calculated by eq.(28) derived in the previous report<sup>1)</sup> on the basis of St Venant torsion theory using Biezeno - Koch method .  
n = number of glue-line .



(備考 n : 接着層の数)  
(Note n : number of glue-line)

第5図 同じ許容モーメント M<sub>d</sub> 時に式 (27) と (28) で算定される梁せい D<sub>r-1</sub> と D<sub>r-2</sub> の比較

Fig. 5 Comparisons between rafter depth D<sub>r-1</sub> and D<sub>r-2</sub> estimated from eqs. (27) and (28) for the same permissible moment M<sub>d</sub> .

たがって、許容モーメント算定式 (27) は若干危険側の設計式ということになるが、反面、同一許容モーメントに対しては式 (27) の方がやや経済的な断面を算定する。

第5図は同一許容モーメント時に式(27)と式(28)で算定される梁せいを比較したもので、 $D_{r-1}$ が式(27)による値、 $D_{r-2}$ が式(28)による値である。

$=107^\circ$ 附近の比で  $n=6$  の場合  $D_{r-1}=0.976 D_{r-2}$  であり、約2%程度小さな断面を算定する。一般的な山形ラーメンの場合 ( $=100\sim 107^\circ$ ,  $n=6$ )、式(27)も式(28)も殆んど同じ断面を算定すると言えよう。

本報で導いた設計式(27)は応用範囲が広く、一般の構造設計者にも馴染みのある形をしており、実用設計式として有効であると考えられる。

### 5. 部材曲げ破壊条件による許容モーメントとの比較

交差重ね合わせ接着接合部の設計は、接着層のローリングシア強度の検定のほかに、部材の曲げ強度の検定が重要である。

前報<sup>1)</sup>においては、N.Z.ラジアタパイン集成材(No.1Fグレード)による標準的山形ラーメンの場合、接着層のローリングシア強度条件より、むしろ、部材曲げ強度条件の方が多くの場合支配的であることを示した。

本報では、交差重ね合わせ接着接合構法を北海道で実用化することを考え、本道産エゾ・トドマツ集成材に関する許容応力度を用いて次の2つの許容モーメントを比較する。

$M_{d-r}$ : 接着層のローリングシア強度で決まる許容モーメント 式(27)

$M_{d-b}$ : 部材の曲で強度で決まる許容モーメント。次式で算定する。

$$M_{d-b} = f_b \cdot Z_r = f_b n t D r^2 / 12 \dots\dots\dots (29)$$

ただし、エゾ・トドマツ集成材の許容応力度は建設省告示第1799号より、以下の値を用いた。

$$f_b = 11.3 \text{ MPa} (115 \text{ kg/cm}^2) \text{ (曲げ)}$$

$$f_b = 0.9 \text{ MPa} (9 \text{ kg/cm}^2) \text{ (水平せん断)}$$

$$f_r = f_s / 3 \text{ (ローリングシア)}$$

$$(1 \text{ MPa} = 10.197 \text{ kg/cm}^2)$$

第6図 (a). (b). (c). (d) に式(27), (29)で算

出したモーメント  $M_d$  を示す。

非常に興味深いことに、エゾ・トドマツの許容応力度で算定すれば、接着層の数  $n$ 、梁せい  $D$   $r$  にかかわらず、ほとんどの場合、接着層ローリングシア強度条件の方が部材曲げ強度条件より支配的であることが分かる。

この結果は N.Z.ラジアタパイン集成材に関する基準応力度(Basic working stress)を用いて計算した場合と逆である。ちなみに、エゾ・トドマツ集成材の曲げとせん断の比は  $f_b / f_s = 11.3 / 0.88 = 12.8$  であるのに対し、ラジアタパイン No.1F集成材の場合  $f_b / f_s = 10.6 / 1.8 = 5.9$  となっており、ほぼ2倍以上の違いがある。彼等の許容応力度誘導体系と構造設計に対する考え方が大きく異なるので一概には言えないが、ラジアタパイン集成材のせん断強度はやや大きいように思える。

本論文ではあえて取り上げなかったが、このほかに、軸力や部材せん断力によるせん断応力成分も考慮すれば、接着層が負担すべき応力度は更に大きくなるものと考えられる。したがって、交差重ね合わせ接着接合部の設計は、N.Z.のように単に部材曲げ強度条件だけで行うのではなく、接着層の強度条件も考慮する必要があることが分かる。

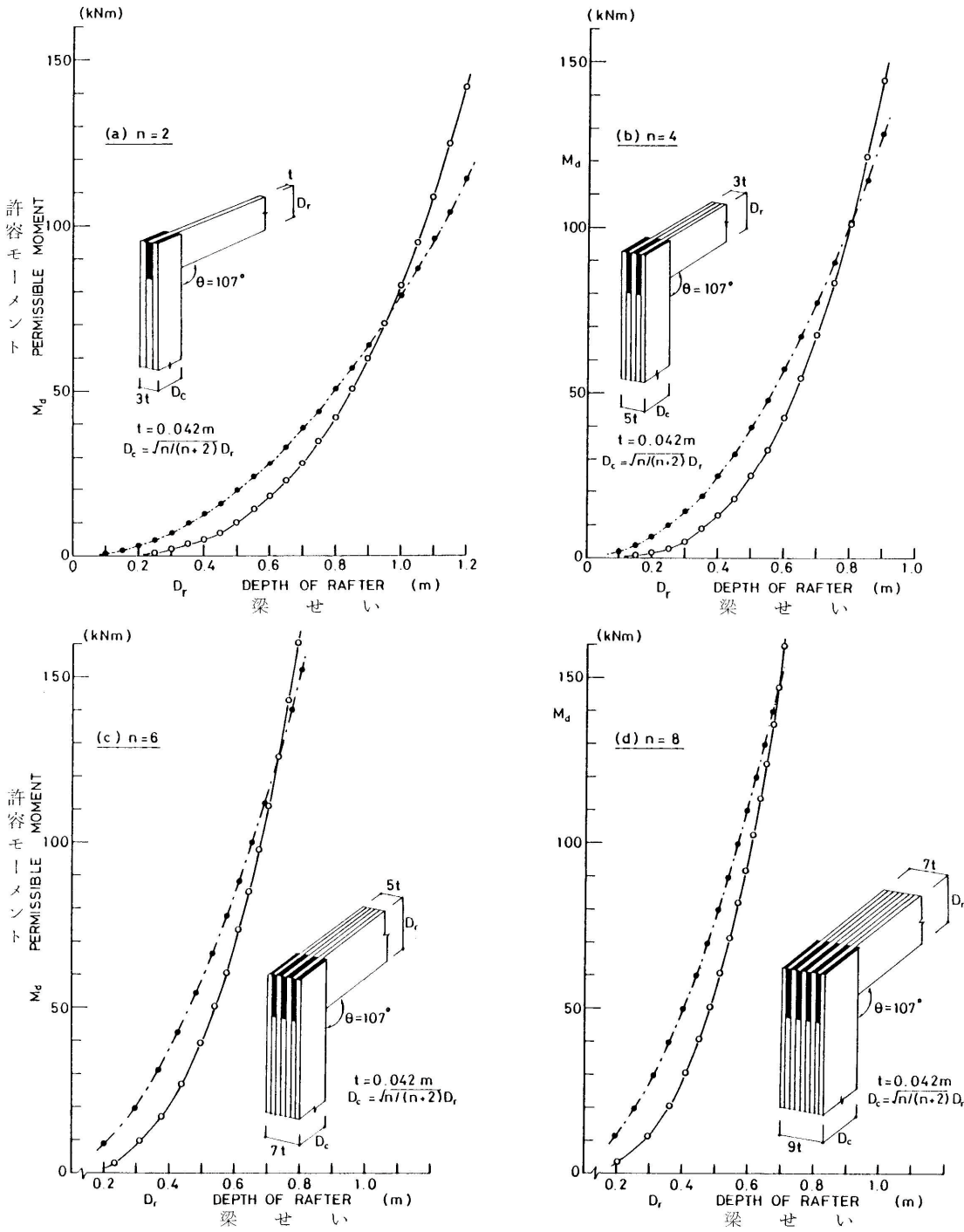
本論文で提案した設計式は、接合角度の広範囲な変化にも適用可能で、一般の構造設計者にも馴染み易い表現であるので、実用設計式として有効なものと考えられる。

### 6. まとめ

交差重ね合わせ接着接合部の強度解析の一つとして、接着層は剛体にはさまれた薄層で、ねじりを受けても反り(warp)は起こらないとの仮定に基づいてねじり応力度を求めた。

最大ねじり応力度の式から、一般的な交差重ね合わせ接着接合部の許容モーメントを算定する設計式を導いた。

木構造設計規準に従った。



第6図 (a), (b), (c), (d) 2種類の異なる強度条件に基づいて、計算された許容モーメント  $M_d$  と梁せい  $D_r$  の関係  
ここで、 $n$ =接着層の数。全ての計算において、集成原板の厚さ  $t$  は42mmと仮定した。

：接着層ローリングシアー強度条件 式(27) - - - 部材曲げ強度条件 式(29)

Figs. 6 (a), (b), (c), (d) Relations between rafter depth  $D_r$  and permissible moment  $M_d$  calculated on the basis of two different strength criteria.

Where,  $n$ =number of glue-line. In all calculations, thickness  $t$  of glulam leaves was assumed to be 42mm.

(Notes : ) : glue-line rolling shear strength criterion. - - - : member bending strength criterion.

純ねじり理論 (そりが起こると仮定) と比べると、本報で算定したねじり応力度の方が幾分大きな許容モーメントを与えることが分かった。

エゾ・トドマツ集材材に関する許容応力度を用いて許容モーメントを訂正した結果、N. Z. ランアタパインの基準応力度を用いて算定した場合は逆に、接合部の許容モーメントは接着層のローリングシア一強度に支配されるという傾向が得られた。

以上より、交差重ね合わせ接着接合部の強度設計は、部材曲げ強度条件のみならず、接着層のローリングシア一強度条件も合わせて考慮する必要があることが明

らかとなった。

7. 文献

- 1) 小松幸平: 「集材材剛節骨組構造のための交差重ね合わせ接着接合の強度設計 (第 報)」 林産試月報, 401 6 (1985)
- 2) Goodier, J. N.: "An Extension of Saint-Venant's Principle, with Applications", Journal of Applied Physics, Vol.13, pp.167~171, (1942)

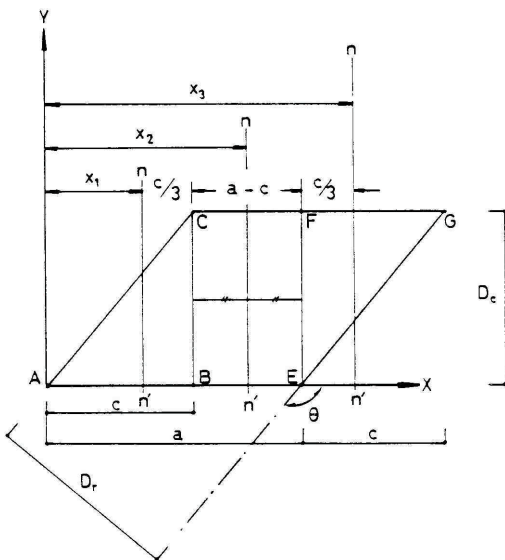
APPENDIX

平行四辺形の断面2次極モーメント  $I_p$  の算定

$$I_p = \iint_R r^2 dA$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad \text{であるから}$$

$$I_p = \iint_R (x^2 + y^2) dA = \iint_R x^2 dA + \iint_R y^2 dA = I_y + I_x \quad \dots\dots (A1)$$



第A1図 平行四辺形の図心の位置を算定するための図 Fig.A1 Figure for determining the centroid of parallelogram.

ただし  $x$ :  $x$ 軸に関する断面2次モーメント  
 $y$ :  $y$ 軸に関する断面2次モーメント

【断面1次モーメントの検討】

第A1図の点Aに原点を有する平行四辺形AEGCを考える。本文式(18)又は(19)に示したように断面一次モーメントは  $S = A$  ( $A$ : 面積,  $\bar{x}$ : 図心からの距離) で算定され、かつ加算則が成立するから、平行四辺形AEGCのSは

$$\begin{aligned} S_{AEGC} &= S_{ABC} + S_{BEFC} + S_{EGF} \\ &= A_{ABC} X_1 + A_{BEFC} X_2 + A_{EGF} X_3 \\ &= \frac{c D_c}{2} \cdot \frac{2}{3} c + (a - c) D_c \cdot (c + \frac{a-c}{2}) \\ &\quad + \frac{c D_c}{2} (a + \frac{c}{3}) - \frac{D_c a}{2} (a + c) \dots\dots (A2) \end{aligned}$$

$$A_{AEGC} = a D_c$$

よって

$$\bar{x} = S_{AEGC} / A_{AEGC} = (a+c) / 2 = \dots\dots (A3)$$

すなわち、平行四辺形の図心はA点から  $\frac{a+c}{2}$  の距離、言い替えば、交差重ね合わせ接着接合部の部材中心軸の交点にある。よって、この点に原点をとれば偏心距離  $e_x = e_y = 0$  である。



[ pの算定]

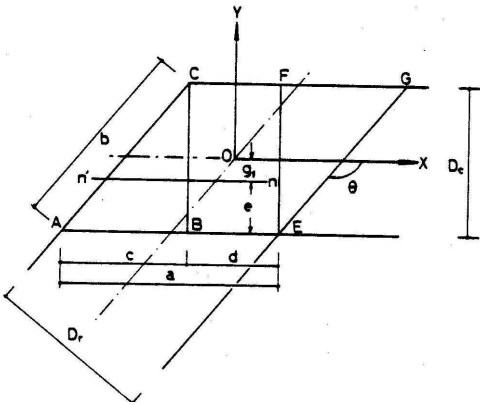
第A2図の平行四辺形を考える。幾学的関係より、

$$\left. \begin{aligned} a &= D_r / \sin \theta & c &= D_c \cos \theta / \sin \theta \\ b &= D_c / \sin \theta & d &= (D_r - D_c \cos \theta) / \sin \theta \end{aligned} \right\} (A4)$$

三角形ABCのx軸に関する断面2次モーメント

$I_{ABC-X}$ は

$$\begin{aligned} I_{ABC-X} &= I_{ABC-n} + g_1^2 A \\ &= \frac{D_c^4 \cos \theta}{36 \sin \theta} + \frac{D_c^2}{36} \cdot \frac{c D_c}{2} = \frac{3 D_c^4 \cos \theta}{72 \sin \theta} \end{aligned} \quad \dots\dots (A5)$$



第A2図 平行四辺形の断面2次極モーメント pを算定するための図

Fig. A2 Figure for determining a polar inertia of moment of parallelogram.

同様に

$$I_{EGF-X} = \frac{3 D_c^4 \cos \theta}{72 \sin \theta} \quad \dots\dots (A6)$$

四角形BEFCのx軸に関する  $I_{BEFC}$  は

$$I_{BEFC-X} = \frac{d D_c^3}{12} = \frac{(D_r - D_c \cos \theta) D_c^3}{12} \quad \dots\dots (A7)$$

よって、

$$I_X = I_{ABC-X} + I_{BEFC-X} + I_{EGF-X} = \frac{D_r D_c^3}{12 \sin \theta} \quad (A8)$$

y軸方向についても同様の計算を行うと、

$$\begin{aligned} I_Y &= I_{ABC-Y} + I_{BEFC-Y} + I_{EGF-Y} \\ &= \frac{3 D_c^4 \cos^3 \theta + 9 D_c^2 D_r^2 \cos \theta - 6 D_r D_c^3 \cos^2 \theta}{72 \sin^3 \theta} \\ &\quad + \frac{D_c D_r^3 - 3 D_r^2 D_c^2 \cos \theta + 3 D_r D_c^3 \cos^2 \theta - D_c^4 \cos^3 \theta}{12 \sin^3 \theta} \\ &\quad + \frac{3 D_c^4 \cos^3 \theta + 9 D_c^2 D_r^2 \cos \theta - 6 D_r D_c^3 \cos^2 \theta}{72 \sin^3 \theta} \\ &= \frac{D_c D_r^3 + D_r D_c^3 \cos^2 \theta}{12 \sin^3 \theta} \quad \dots\dots (A9) \end{aligned}$$

式(A8), (A9)を式(A1)に代入すると、平行四辺形の  $I_p$ は次式で求まる。

$$\begin{aligned} I_p &= I_X + I_Y = \frac{D_r D_c^3}{12 \sin \theta} + \frac{D_c D_r^3 + D_r D_c^3 \cos^2 \theta}{12 \sin^3 \theta} \\ &= \frac{D_c D_r (D_r^2 + D_c^2)}{12 \sin^3 \theta} \quad \dots\dots (A10) \end{aligned}$$

- 試験部 複合材試験科 -  
(原稿受理 昭60.1.22)

林産試験場月報 1985年7月号(第402号)

(略号 林産試月報)

編集人 北海道立林産試験場編集委員会  
発行人 北海道立林産試験場  
郵便番号 070 旭川市緑町12丁目  
電話 0166-51-1171番(代)

昭和60年7月20日発行  
印刷所 東信印刷株式会社  
郵便番号 078-11 旭川市豊岡1条2丁目  
電話 0166-31-0810番(代)