

## 柔軟作業アームの制振制御

中西 洋介, 浦池 隆文, 鈴木 耕裕

### Vibration Control of One-Link Flexible Arm

Yohsuke NAKANISHI, Takafumi URAIKE, Takahiro SUZUKI

#### 抄 録

状態フィードバック制御による柔軟作業アームの低周波曲げ振動の制振制御技術について論ずる。本技術により、アームの高速駆動や長尺化による各種作業の効率化を図ることが可能となる。本稿ではアーム根元を回転および並進駆動する二通りの制御方法について、それらの動特性を状態方程式として定式化し、最適レギュレータを用いて制御ゲインを決定する。得られたゲインをもとに状態フィードバックを施すことで低周波曲げ振動が抑制されることを示す。また、強電力近傍等のノイズ環境下での制振制御を想定し、状態観測器としてカルマンフィルタを用いた場合の同フィルタの有効性を、オブザーバと比較して述べる。

キーワード：制振制御，最適レギュレータ，状態フィードバック，カルマンフィルタ

#### Abstract

Vibration control technique of flexible One-link arm by state feedback method is shown. Using this technique, efficiency of various works using flexible arms would be increased, because arms would be able to be driven rapidly, and to be longer without vibration.

In this paper, two methods to drive the arm to control the vibration are shown: rotating and translating the end of the arm. In both cases, dynamic characteristic of the arm is formalized as state equation, using which feedback control Gains are calculated by optimal regulator. Using these Gains with state feedback control, bending vibration of the flexible arm is controlled. And assuming that the feedback control is carried out under noisy condition such as in the neighborhood of large electric power, efficiency of Kalman filter is verified in comparison with observer, through the experiment of the vibration control.

KEY-WORDS: vibration control, optimal regulator, state feedback, Kalman Filter

#### 1. はじめに

搬送用作業アームは広く産業界で用いられているが、搬送作業の効率化を図るためには、アーム運動の高速化、あるいはアームのさらなる長尺化を図る必要がある。しかし、それにともない振動が励起され易くなるため、振動を抑制するた

めに剛性が高く重いアームをアクチュエータの減速比を高くして駆動しているのが一般的である。この場合、装置が大型化するため大動力を必要とし、さらに駆動力の大部分が駆動系の慣性や摩擦抵抗に費やされてしまうためエネルギーの無駄が多いという問題がある。

アームを軽量で低剛性のものにすれば低動力で駆動でき、しかも高速な搬送作業が可能となるため、軽量・低剛性アームに励起される低周波大振幅振動を抑制するための技術開発が求められている。

事業名：一般試験研究

課題名：複数のセンサ情報を用いた状態推定技術の開発

一方、北海道においては、近年農家戸数の減少に伴い農家一戸当たりの耕地面積が増大し、急激な勢いで農地経営の大規模化が進んでいる。特に十勝地区では、農家一戸当たりの耕地面積の平均が35haにも達し、道内農業関連団体から農作業車両を、より高速に走行させることで農作業の効率化を図りたいとの要望が寄せられているが、搭載されている農作業機に発生する振動が激しくなるため、高速走行農作業ができないのが現状である。特に農薬・肥料散布機においては、長さ5～15mの作業アームに1～20Hz程度の低周波大振幅振動が励起されるため、高速走行散布作業を行うためには適切な振動抑制対策を施す必要がある。

本稿では、軽量・低剛性な柔軟作業アームに発生する振動抑制技術を開発し、アーム運動の高速化やアームのさらなる長尺化を可能とすることを目的とする。その結果アームを用いた各種作業の効率化を図ることができる。なお、ここでは曲げ振動のみを対象とし、振動モードの状態フィードバックにより柔軟アームに発生する低周波曲げ振動を抑制・制御することを試みた。

振動を制御するためには、次のいずれかの方法でアームに制御力を加える必要がある。

- (1) アーム先端部に振動と逆位相で揺動する慣性質量を設置する
- (2) アームの適当な位置に、曲げトルクを発生させる圧電アクチュエータを設置する
- (3) アーム根元を回転駆動する
- (4) アーム根元を並進駆動する

(1)は高層ビルの制振方法として一般的に用いられている方法だが、姿勢が水平となる作業アームに対しては、先端部慣性質量の影響でアームが重力方向に大きくたわむため不適切である。一方、大きさや重量に比して高出力を得ることができ、しかも応答が高速な圧電素子を制御用アクチュエータとして用いる(2)の方法は、技術的には理想的なアームの制振制御駆動機構と言える。しかし、アンプを含め、圧電素子がコスト高となるため適当ではない。したがって、ここでは(3)と(4)の方法を用いてアームの振動を制御した。

まず次節でアーム根元を回転駆動して制振制御を行う方法(3)について、次に第3節でアーム根元を並進駆動する方法(4)に対して、おのおの制振を目的とした状態フィードバックを施す方法を説明した後、実機による制振制御試験結果を示す。さらに、第4節で状態フィードバックによる制振制御時の状態観測器としてカルマンフィルタを用いた場合の同フィルタのノイズフィルタリング性能を、オブザーバと比較して示す。

## 2. 回転駆動機構による制振制御

### 2.1 柔軟アームのモデル化および制振制御則

#### 2.1.1 アームの基本動特性

回転駆動機構に設置された柔軟作業アームを、図1に示すような長さ $l$ 、断面積 $A$ 、密度 $\rho$ 、曲げ剛性 $EI$ ( $E$ :縦弾性係数、 $I$ :断面二次モーメント)の1様断面片持梁が、半径 $r$ 、慣性モーメント $J$ の取付用ハブに固定されているものとしてモデル化する。座標系を、原点がアームとハブの接点、 $x$ 軸正方向がアーム軸方向となるように設定すると、任意の時刻 $t$ におけるアームのたわみ量は $y$ 軸座標値 $y(x, t)$ で表すことができる。

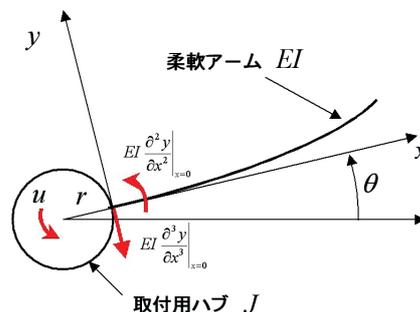


図1 柔軟アーム 回転駆動機構

曲げ振動のみを考慮すると、その挙動は次の4階の偏微分方程式で記述することができる。

$$\rho A \frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = 0 \quad (1)$$

制御トルクを $u(t)$ として、この時の幾何学的境界条件は、次式で与えられる。

$$y(0, t) = r \frac{\partial y(0, t)}{\partial x} \quad (2)$$

$$J \frac{1}{r} \frac{\partial^2 y(0, t)}{\partial t^2} = u(t) + EI \frac{\partial^2 y(0, t)}{\partial x^2} - rEI \frac{\partial^3 y(0, t)}{\partial x^3} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^3 y(l, t)}{\partial x^3} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 y(l, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (5)$$

ただし、式(2)は原点がハブの回転中心、 $x$ 軸正方向が初期位置でのアーム軸方向となるような、静止座標系で考える。

モード関数を $\phi(x)$ とし、振動数 $\omega$ の定常振動を考え、 $y(x, t) = \phi(x) \exp(j\omega t)$ とおいて式(1)～(5)に代入すると、

$$\phi'''(x) - \frac{\omega^2}{a^2} \phi(x) = 0 \quad \left( a^2 = \frac{EI}{\rho A} \right) \quad (6)$$

$$\phi(0) - r\phi'(0) = 0 \quad (7)$$

$$\omega^2 \phi(0) + \frac{EI}{J} r \phi''(0) - \frac{EI}{J} r^2 \phi'''(0) = 0 \quad (8)$$

$$\phi'''(l) = 0 \tag{9}$$

$$\phi''(l) = 0 \tag{10}$$

ただし、 $j$  は虚数単位、 $'$  は  $x$  に関する微分を表す。  
式(6)の一般解は、 $C_1 \sim C_4$  を未定係数として、

$$\begin{aligned} \phi(x) = & C_1 \sin \frac{\lambda}{l} x + C_2 \cos \frac{\lambda}{l} x \\ & + C_3 \sinh \frac{\lambda}{l} x + C_4 \cosh \frac{\lambda}{l} x \dots \lambda^4 = \omega^2 l^4 / a^2 \end{aligned} \tag{11}$$

与えられる。ここで、 $\lambda$  は無次元化固有振動数である。振動モード形状を表す式(11)を、4本の境界条件式(7)～(10)に代入して整理すると、

$$\mathbf{P}\mathbf{V} = \mathbf{0} \tag{12}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} -\alpha\lambda & 1 & -\alpha\lambda & 1 \\ \alpha\lambda & \beta\lambda^2 - 1 & -\alpha\lambda & \beta\lambda^2 + 1 \\ -\sin \lambda & -\cos \lambda & \sinh \lambda & \cosh \lambda \\ -\cos \lambda & \sin \lambda & \cosh \lambda & \sinh \lambda \end{bmatrix}$$

$$\dots \alpha = \frac{r}{l}, \beta = \frac{J}{\rho A l \cdot r l}$$

$$\mathbf{V} = [C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4]^T$$

となり、固有値問題を解くことに帰着する。すなわち、モード関数に含まれる未定係数  $C_1 \sim C_4$  が、全て0とならないためには、

$$|\mathbf{P}| = 0 \tag{13}$$

となる必要がある。式(13)を解けば固有値  $\lambda$  および固有ベクトル  $\mathbf{V}$  を求めることができ、その値を式(11)に代入することで、回転駆動機構に設置された柔軟アームの固有振動数  $\omega$  および振動モード関数  $\phi(x)$  を求めることができる。

### 2.1.2 状態方程式への定式化

制御トルク  $u(t)$  により駆動される柔軟アームの動特性を定式化し、状態方程式を導く。

アーム単位長さあたりに強制加振力  $f(x, t)$  を負荷した場合の柔軟アームの挙動は、次式で記述できる。

$$\frac{\partial^2 y(x, t)}{\partial t^2} + a^2 \frac{\partial^4 y(x, t)}{\partial x^4} = f(x, t) / \rho A \tag{14}$$

上式は分布定数系である。このままでは制御系を設計することが非常に困難なので、通常  $y(x, t)$  をモード関数  $\phi(x)$  を用いて、

$$y(x, t) = \sum a_i(t) \phi_i(x) \tag{15}$$

のように固有値展開して式(14)を離散化して取り扱うのが一般的である。振動モード形状  $\phi_i(x)$  の時間変化を表す  $a_i(t)$  を状態変数として選択し、系に対して状態フィードバックを施

すことで柔軟アームの振動を制御することが可能となる。

なお、式(15)は全振動モードを含むが、実際の構造物では高次のモードはほとんど励起されず減衰も大きいので考慮する必要はない。さらにセンサやアクチュエータの応答性の問題もあるので、通常高々3～4次までの振動モードを考慮すれば十分である。

次に式(14)の離散化の手順を示す。式(15)を式(14)に代入した後、両辺に  $\phi_i(x)$  を乗じてアーム全長にわたって積分を施し、式(6)を考慮すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \sum_j \ddot{a}_j(t) \int \phi_j(x) \phi_i(x) dx + \sum_j a_j(t) \omega_j^2 \int \phi_j(x) \phi_i(x) dx \\ = \frac{1}{\rho A} \int f(x, t) \phi_i(x) dx \end{aligned} \tag{16}$$

制御トルク  $u(t)$  は、アーム根元 ( $x=0$ ) に集中剪断力  $u(t)/r$  としてハブからアームに作用する。すなわち、

$$f(x, t) = \frac{u(t)}{r} \delta(x) \tag{17}$$

となる。ここで、 $\delta(x)$  はディラックのデルタ関数である。

また、モード形状関数  $\phi_i(x)$  が満たす条件式(6)～(10)から直交条件式、

$$\int \phi_j(x) \phi_i(x) dx = \frac{J}{\rho A} \phi_j'(x) \phi_i'(x) \quad (i \neq j) \tag{18}$$

を導くことができる。式(17)、(18)を式(16)に代入すると次式が導かれる。

$$\begin{aligned} \sum_{j \neq i} \frac{J}{\rho A} \phi_j'(0) \phi_i'(0) (\ddot{a}_j + \omega_j^2 a_j) + \int \phi_i^2(x) dx \cdot (\ddot{a}_i + \omega_i^2 a_i) \\ = \frac{\phi_i(0)}{\rho A r} u(t) \end{aligned} \tag{19}$$

式(19)を  $(d^2 a_j / dt^2 + \omega_j^2 a_j)$  に関して解けば、 $j$  次振動モード  $a_j(t)$  の挙動を表す振動数方程式を得ることができる。

本稿では、3次までの振動を制御するものとし、 $j=1, 2, 3$  について式(19)を解くと、

$$\left. \begin{aligned} \ddot{a}_1 + \omega_1^2 a_1 &= B_1 u(t) \\ \ddot{a}_2 + \omega_2^2 a_2 &= B_2 u(t) \\ \ddot{a}_3 + \omega_3^2 a_3 &= B_3 u(t) \end{aligned} \right\} \tag{20}$$

を得る。ただし、

$$\left. \begin{aligned} \phi_{ik} &= \frac{J}{\rho A} \phi_i'(0) \phi_k'(0) \\ A_i &= \int \phi_i^2(x) dx \\ F_i &= \frac{\phi_i(0)}{\rho A r} \\ \Delta &= A_1 A_2 A_3 + 2\phi_{12} \phi_{23} \phi_{31} \\ &\quad - A_1 \phi_{23} \phi_{32} - A_2 \phi_{13} \phi_{31} - A_3 \phi_{12} \phi_{21} \end{aligned} \right\} \tag{21}$$

として、



が最小となるような制御入力  $u(t)$  を決定する最適レギュレータを用いて、制御ゲイン  $K$  を決定した。ここで  $Q, R$  は重み行列で、設計者が決定する設計パラメータである。 $Q$  を大きくすることで速応性が高くなるように、また  $R$  を大きくすることで制御入力を抑えるように制御ゲイン  $K$  が調整可能である。

## 2.2 制振制御実験

### 2.2.1 実験装置および制御フロー

実験には長さ1.5mの長方形一様断面の柔軟アームを用いた。以下に柔軟アームとハブの物性値を示す。なお、ハブ慣性モーメントは計算で求め、剛体粘性係数および各モード減衰比は初期応答の時系列を観察して求めた。

長さ	$l = 1500\text{mm}$
断面幅	$B = 50\text{mm}$
断面板厚	$H = 3.2\text{mm}$
密度	$\rho = 7860\text{ kg/m}^3$
縦弾性係数	$E = 206\text{ GPa}$
ハブ半径	$r = 0.175\text{m}$
ハブ慣性モーメント	$J = 55.71 \times 10^{-3}\text{kgm}^2$
剛体粘性係数	$D = 55.71 \times 10^{-3}\text{kgm}^2/\text{s}$
1次振動減衰比	$\zeta_1 = 0.002$
2次振動減衰比	$\zeta_2 = 0.0015$
3次振動減衰比	$\zeta_3 = 0.0001$

図2に試作した回転駆動機構型の柔軟アーム制振制御実験装置を、図3に制御フローの概略を示す。

アームに貼り付けた3点のひずみゲージとハブ回転軸に設置した1800/revのロータリーエンコーダ出力値から、式(31)、(32)を用いて剛体回転角と3次までの振動モード  $a_i(t)$ 、( $i=1, 2, 3$ ) を計算する。これらをオブザーバへ入力し、全状態推定を行った後、式(34)を用いて制御トルク  $u(t)$  を計算する。なお、制御ゲインは予め、最適レギュレータで計算

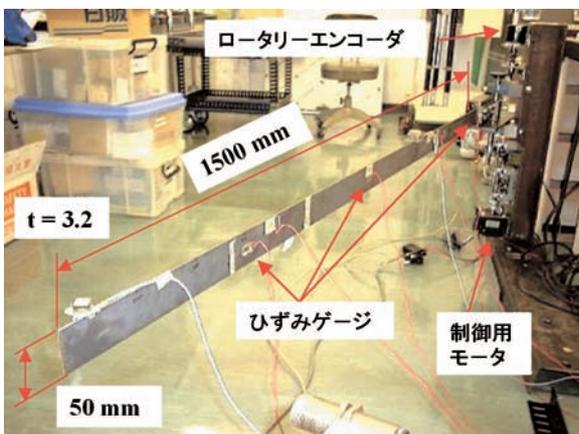


図2 柔軟アーム 回転駆動機構実験装置

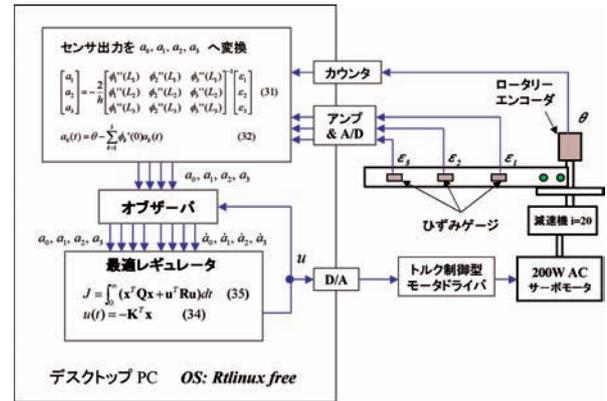


図3 柔軟アーム 回転駆動機構制御フロー

しておく。得られた制御トルク  $u(t)$  でハブ回転軸に設置されたトルク制御型 AC サーボモータを駆動することで柔軟アームの振動およびハブ回転角を制御する構成となっている。なお、制御周期は1kHzとし、OSはRtLinux freeを用いた。

### 2.2.2 固有振動数および振動モード

システム行列  $A$  と駆動行列  $B$  で表現されるシステムの動特性は固有振動数  $\omega_i$  と振動モード関数  $\phi_i(x)$  に大きく依存する(式(26), (21), (22)参照)。したがって、最適レギュレータを用いて適切な制御ゲイン  $K$  を計算するためには、固有振動数と振動モード関数の値を精度良く知る必要がある。

振動モード関数  $\phi_i(x)$  に関しては、アーム断面を一様としているため、比較的精度良く手計算可能である。図4に式(12), (13)を用いて計算した振動モード形状を示す。アーム断面が一様でない場合にはモーダル解析等の実験的手法を用いてモード形状を求める必要があるが、ここでは簡便のため

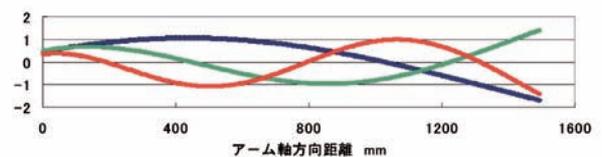


図4 振動モード計算値(回転駆動機構)

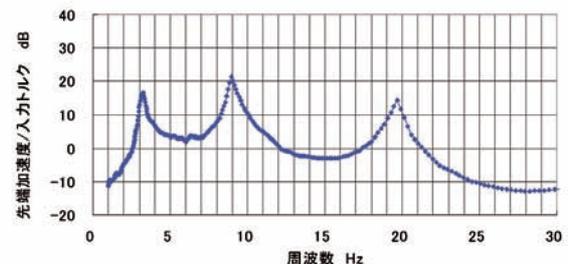


図5 固有振動数実測値(回転駆動機構)

図4に示す振動モード形状の計算値を用いてシステムの動特性を計算した。

一方、固有振動数に関しては表1に示すように計算値と実測値と異なった値となったため、信頼性の高い実測値を用いて制御ゲイン  $K$  を計算した。図5にモータへのトルク指令から柔軟アーム先端に設置した加速度センサへの周波数伝達特性の実測値を示すが、ピーク値がアームの固有振動数を表す。

表1 固有振動数 (回転駆動機構)

単位: Hz

	1次	2次	3次
計算値	3.46	10.55	22.64
実測値	3.17	8.95	19.70

2.2.3 実験結果および考察

制御ゲインは、剛体回転角と1次振動モードの応答性が高くなるように最適レギュレータの重み係数  $Q$  を調整して決定した。以下に設定した最適レギュレータの重み係数  $Q$ ,  $R$  の値と、その結果計算された制御ゲイン  $K$  を示す。

$$Q = \text{diag}[2000, 1000, 1000, 100, 100, 50, 100, 50]$$

$$R = 5$$

$$K = [20, 14.9, 27.1, 4.2, 29.5, 2.5, 11.9, 0.62]^T$$

図6に柔軟アームに一定の衝撃力を負荷した場合の制御時および無制御時の先端変位を示す。図中(A)は、上記の制御ゲインを式(34)に適用して得た制御トルクを用いてアームの振動を制御した場合の先端変位を表し、(C)は無制御時のものである。無制御の場合、 $\pm 300\text{mm}$ 程度の大振幅振動が励起され6秒以上持続するのに対し、制御を施すことで効率的に振動が抑制され、1.5秒後にはアームがほぼ基準位置に戻っていることが分かる。

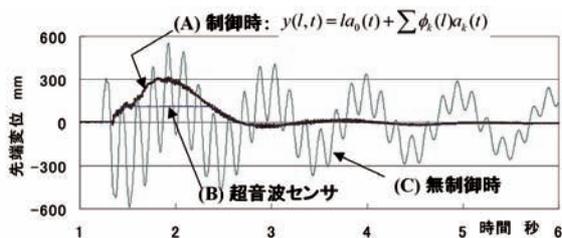


図6 制御時と無制御時の先端変位(回転駆動機構)

なお、(A)は3点のひずみゲージとロータリーエンコーダ出力値を式(31)~(33)に代入して計算したものだが、図中(B)に示す超音波センサ計測値とほぼ一致していることから、真値と考えて良い(超音波センサは測定レンジの制限から100mmで飽和している)。

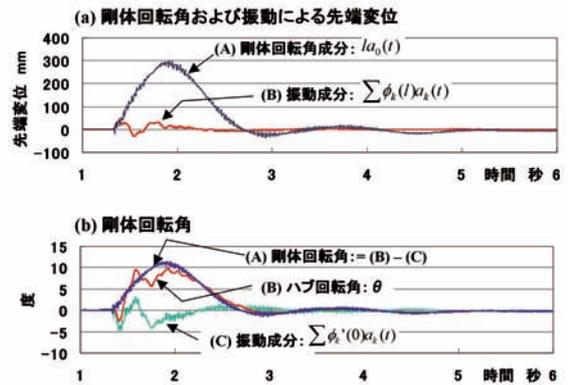


図7 先端変位成分および剛体回転角(制御時)

先端変位は、剛体回転角成分と振動成分に分けて考えることができる(式(33))。図7(a)(A)に剛体回転による先端変位、(B)に振動による先端変位を示す。これらを加算したものが図6(A)の先端変位となる。図7(a)より、先端変位は主として剛体回転に起因していることが分かる。これは、ハブ慣性に比してアームの慣性が著しく大きい場合、系全体に加えられた衝撃エネルギーが主として剛体運動に費やされるためである。本実験機は、アームの慣性モーメントがハブの25倍となっており、振動よりも剛体運動が支配的となった。

図7(b)(A)は剛体回転角である。(B)はハブ回転角(ロータリーエンコーダ出力値)、(C)はアーム根元で各振動モードのたわみ角を積算したものであり、アームの弾性振動に起因するハブの回転角と考えることができる。(B)から(C)を引くことで剛体回転角(A)が計算可能である。振動によるハブ回転角5度に対し剛体回転角が12度であり、ハブ回転軸においても剛体回転が支配的となっていることが分かる。

図8に制御時の各振動モード  $a_i(t)$  ( $i=1, 2, 3$ ) を示す。図より特に1次振動が効率的に抑制・制御されていることが分かる。これは、1次振動モードの速答性が高くなるように

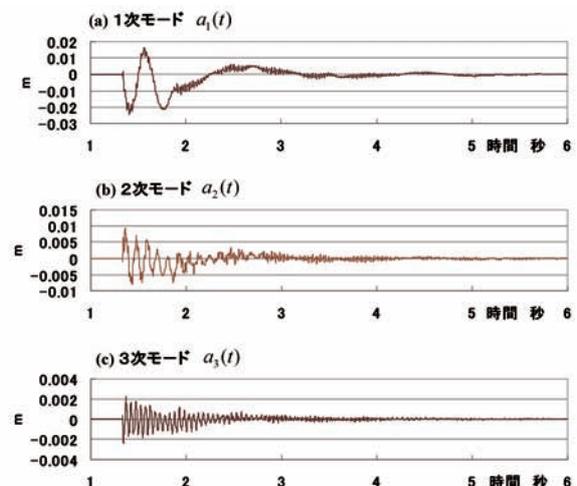


図8 制御時 振動モード

最適レギュレータの重み係数  $Q$  を設定したためである。

図9に制御時の1次振動モード  $a_1(t)$  の時間微分を示す。(A)にオブザーバ推定値、(B)に  $a_1(t)$  の現在値から1サンプリング前の値を引いた後、サンプリング時間  $dt (= 1 \text{ msec})$  で除して算出した差分値を示す。オブザーバを使用しない場合、時間微分を得るためには(B)値を使用することになるが、(B)値は大きなノイズ成分を含む。オブザーバを用いることで、ノイズ成分の少ない時間微分値を得ることができ、その結果、安定した制振制御を行うことが可能となった。

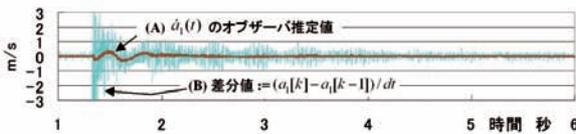


図9 制御時 1次振動モード時間微分

### 3. 並進駆動機構による制振制御

#### 3.1 柔軟アームのモデル化

前節では、アームの自由振動問題を静止座標系で設定した境界条件(式(2))を用いて解き、静止座標系からみたモード形状関数を得た(図2.4)。本節では、自由振動問題をアーム座標系で設定した境界条件で解く。この場合、得られるモード形状関数は通常の固定端片持ち梁のそれと同じになるため、システム行列を計算する際、モーダル解析等の実験的手法で求めたモード形状関数が使用可能となる。

##### 3.1.1 力のつりあい方程式と弾性振動方程式

並進駆動機構に設置された柔軟アームを図10に示すような長さ  $l$ 、断面積  $A$ 、密度  $\rho$ 、曲げ剛性  $EI$  ( $E$ : 縦弾性係数,  $I$ : 断面二次モーメント) の一様断面片持ち梁が、質量  $M_h$  の取付用ハブに固定されているものとしてモデル化する。ハブの座標系  $\alpha-\beta$  を、原点がハブ初期位置、移動方向が  $\beta$  軸方向となるように設定し、アーム座標系  $x-y$  を原点がアームとハブの接点、 $x$  軸正方向がアーム軸方向、 $y$  軸正方向が軸方向となるように設定する。ハブに対し  $\beta$  軸方向に制御力  $F(t)$  を負荷し、アームが運動している時の  $\beta$  軸方向の力のつりあいは次式で表される。

$$(\rho A l + M_h) \frac{d^2 \beta}{dt^2} + \rho A \int_0^l \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} dx = F(t) - D \frac{d\beta}{dt} \quad (36)$$

ここで、左辺第1項はアームとハブが剛体運動することによる慣性力、左辺第2項はアームが弾性振動することによる慣性力を表す。また、右辺第2項は粘性係数を  $D$  として、剛体運動に対する速度比例型の粘性抵抗である。

次に、外力を受けてアームが弾性振動する場合に、その挙動を記述する方程式を導く。図11はアーム弾性振動時に微小

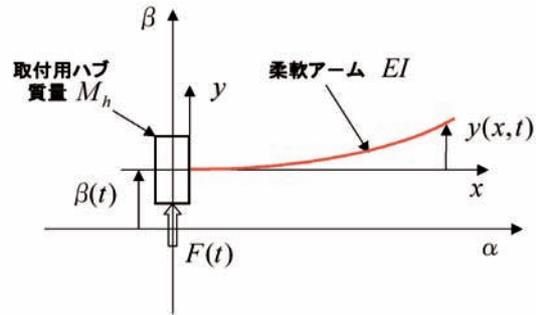


図10 柔軟アーム 並進駆動機構

要素  $\rho A dx$  に作用する力である。図より微小要素の力のつりあいは、

$$\rho A dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -Q + \left( Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) - \rho A dx \cdot \frac{d^2 \beta}{dt^2} \quad (37)$$

となる。ここで、 $Q$  はせん断力、右辺第3項はアーム微小要素が剛体運動することによる慣性力を表す。ここでは、アームが加速度  $d^2 \beta / dt^2$  で剛体運動することにより、自身の剛体慣性で弾性振動すると考える。

上式を整理し、さらにひずみ速度比例型の粘性抵抗を考慮すると、自身の剛体慣性力を外力として受けるアームの弾性振動方程式を得ることができる。

$$\rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + EIc \frac{\partial^3 y}{\partial t \partial x^3} = -\rho A \frac{d^2 \beta}{dt^2} \quad (38)$$

( $\because Q = -EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}$ )

ここで、 $c$  は粘性係数である。

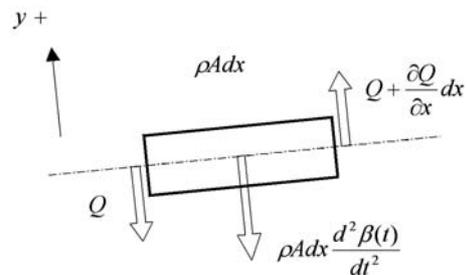


図11 アーム微小要素の力のつりあい

##### 3.1.2 固有振動数と固有モード関数

アームの自由振動を記述する方程式は(1)式と同じ形で表現される。なお、本節では境界条件式を固定端片持ち梁として設定する。したがって、モード関数を  $\phi(x)$  とし、アームのたわみ量を  $y(x, t) = \phi(x) \exp(j\omega t)$  とした場合、 $\phi(x)$  の満たす条件式は、

$$\phi''''(x) - \frac{\omega^2}{a^2} \phi(x) = 0 \quad \left( a^2 = EI / \rho A \right) \quad (39)$$

$$\phi(0) = \phi'(0) = \phi'''(l) = \phi''(l) = 0 \quad (40)$$

となる。

本稿では、一様断面長尺アームを対象としており、無次元化固有振動数は、

$$\lambda_1 = 1.875, \lambda_2 = 4.694, \lambda_3 = 7.855 \quad (41)$$

となり、モード形状関数は図12のようなになる。

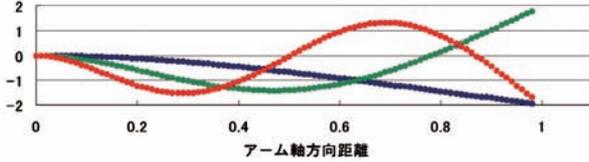


図12 振動モード計算値(固定端片持ち梁)

### 3.1.3 状態方程式

力のつりあい方程式(36)とアームの弾性方程式(38)をもとに、並進駆動機構に設置された柔軟アームの動特性を状態方程式として定式化する。

アームの弾性たわみ  $y(x, t)$  をモード形状関数  $\phi(x)$  を用いて式(15)のように展開した後、式(36)に代入して整理すると、

$$\ddot{\beta} + \frac{D}{M} \dot{\beta} + \frac{1}{M} \sum_i Q_i \ddot{a}_i = \frac{1}{M} F(t) \quad (42)$$

となる。ただし、

$$M = \rho A l + M_h \quad (43)$$

$$Q_i = \rho A \int_0^l \phi_i(x) dx \quad (44)$$

であり、 $M$  はハブとアームの全質量、 $Q_i$  は振動時の各モード質量に相当する。

同じく式(15)を式(38)に代入した後、両辺に  $\phi_i(x)$  を乗じてアーム全長にわたって積分を施し、式(39)および固定端片持ち梁の直交条件式

$$\int \phi_j(x) \phi_i(x) dx = 0 \quad (i \neq j) \quad (45)$$

を考慮すると次式を得る。

$$\ddot{a}_j + c_j \omega_j^2 \dot{a}_j + \omega_j^2 a_j + V_j \ddot{\beta} = 0 \quad (46)$$

ここで、

$$V_j = \int_0^l \phi_j(x) dx / \int_0^l \phi_j^2(x) dx \quad (47)$$

である。

ここでは、3次までの振動制御するものとし、 $j=1, 2, 3$  について式(42)、(46)を、

$$\left. \begin{aligned} \ddot{a}_1 + c_1 \omega_1^2 \dot{a}_1 + \omega_1^2 a_1 + V_1 \ddot{\beta} &= 0 \\ \ddot{a}_2 + c_2 \omega_2^2 \dot{a}_2 + \omega_2^2 a_2 + V_2 \ddot{\beta} &= 0 \\ \ddot{a}_3 + c_3 \omega_3^2 \dot{a}_3 + \omega_3^2 a_3 + V_3 \ddot{\beta} &= 0 \\ \ddot{\beta} + \frac{D}{M} \dot{\beta} + \frac{1}{M} (Q_1 \ddot{a}_1 + Q_2 \ddot{a}_2 + Q_3 \ddot{a}_3) &= \frac{F(t)}{M} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

と展開した後、 $d^2 a_1 / dt^2, d^2 a_2 / dt^2, d^2 a_3 / dt^2, d^2 \beta / dt^2$  について解き、状態変数を、

$$\mathbf{x} = [a_1 \dot{a}_1 a_2 \dot{a}_2 a_3 \dot{a}_3 \beta \dot{\beta}]^T \quad (49)$$

と定義して状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} F(t) \quad (50)$$

を求めた。ここで、 $c_1, c_2, c_3$  は各振動モードに対する粘性係数、 $A, B$  は各々システム行列、駆動行列である。

## 3.2 制振制御試験

### 3.2.1 実験装置

実験には長さ1852mmの長方形一様断面柔軟アームを用いた。以下に柔軟アームの物性値を示す。

長さ	$l = 1852 \text{ mm}$
断面幅	$B = 49.9 \text{ mm}$
断面板厚	$H = 6 \text{ mm}$
密度	$\rho = 7860 \text{ kg/m}^3$
縦弾性係数	$E = 206 \text{ GPa}$

図13、図14に試作した並進駆動機構型の柔軟アーム制振制御試験装置を示す。ハブは1回転当たり40mm進むボールねじで駆動し、ハブ移動距離は1000パルス/revのロータリーエンコーダで測定した。ハブ移動距離と、3点のひずみゲージ出力から式(31)を用いて計算した振動モード  $a_i(t)$  ( $i=1, 2, 3$ ) をオブザーバへ入力し、全状態推定を行う。オブザーバ推定値を用いて式(34)から制御力  $F(t)$  を計算し、ボールねじがバブに力  $F(t)$  を及ぼすように、トルク制御型ACサーボモータを駆動する構成となっている。なお、制御ゲインは前節同様、最適レギュレータを用いて計算した。

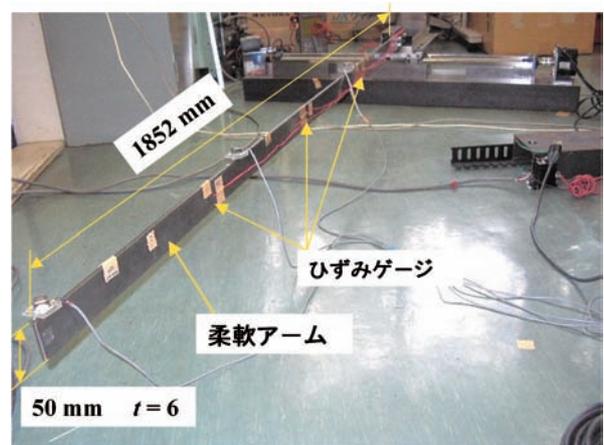


図13 柔軟アーム 並進駆動機構実験装置

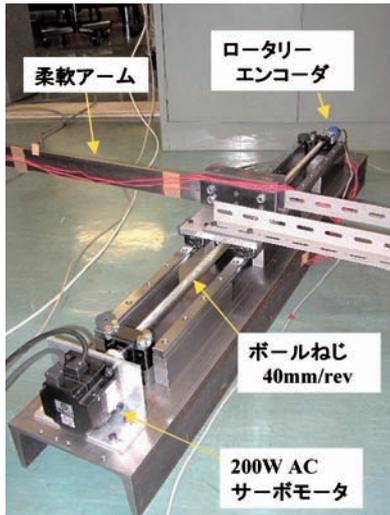


図14 並進駆動機構実験装置・ボールねじ駆動部

### 3.2.2 固有振動数および振動モード

表2に式(41)を用いて計算した固有振動数と、柔軟アーム先端に加速度センサを取り付け、万力で固定した後、一定の衝撃力を加えた時のセンサ出力値に対してFFT解析を施した結果を示す。両者は比較的良く一致しているが、2次振動数の値が若干異なる。したがって、ここでは実測値を用いて制御ゲインを計算した。また、振動モード関数は図12に示すものを用いた。

表2 固有振動数（並進駆動機構）

	単位: Hz		
	1次	2次	3次
計算値	1.45	9.07	25.4
実測値	1.44	8.75	25.0

### 3.2.3 システム同定試験

本実験機で使用したボールねじの質量は5 kg(慣性モーメント1.23 kgcm<sup>2</sup>)であり、ハブ揺動部の質量11 kg に比して無視することはできないため、回転するボールねじの $\beta$ 方向の等価質量を求める必要がある。したがって、制御試験に先立ち、ボールねじの $\beta$ 方向等価質量を求めるシステム同定試験を行った。本試験を行うことにより粘性係数 $D, c_1, c_2, c_3$ も求めることができる。以下にその手順を示す。

- 1) 図15に示すような、ハブ位置 $\beta$ に対するフィードバックループを構成する(煩雑になるため、図には粘性項無し)の2次振動までのブロック線図を示す)
- 2) 目標値として関心のある周波数帯域の掃引正弦波位置指令 $r$ を与える
- 3) 入力正弦波形(目標値)と出力正弦波形(ハブ位置測定値)

の振幅比を求める

- 4) 上記手順で求めた入出力波振幅比の実験値と、入出力波の周波数伝達関数のゲインを比較・調整する

振幅比の理論計算式である周波数伝達関数には、パラメータとして $M, D, c_1, c_2, c_3$ が含まれており、これらの値を調整して実験値とカーブフィットさせることでパラメータの値を確定することができる。周波数伝達関数は以下のようにして求める。

$r$ をハブ位置目標値、 $K$ をハブ位置偏差に乗ずるゲインとして柔軟アーム系への入力 $F(t) = K(r - x_7)$ を計算し、系のシステム方程式(50)へ代入すると、 $r$ を入力とした状態方程式

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{N}\mathbf{x} + \mathbf{G}r \quad (51)$$

を得る( $x_7 = \beta$ )。観測行列を $\mathbf{C} = [0000 \ 0010]$ とし、 $r$ から $\beta$ への伝達関数

$$\mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{N})^{-1}\mathbf{G} \quad (52)$$

を求める。ここで $s$ はラプラス演算子である。 $j$ を虚数単位とし、式(52)に $s = j\omega$ を代入することで、 $r$ から $\beta$ への周波数伝達関数を得ることができる。各周波数 $\omega$ 毎に周波数伝達関数のゲインを計算し、実験値と合わせることでパラメータの値が同定可能である。

図16に入出力振幅比の実験値と計算値を示す。入力正弦波振幅は200mm、位置偏差ゲイン $K$ は125とした。図16に示す計算値は以下に示すパラメータを設定して計算したものである。

ハブ等価質量	$M = 25\text{kg}$
ハブ粘性係数	$D = 2Ns/m$
1次固有振動数	$f_1 = 1.45\text{Hz}$
2次固有振動数	$f_2 = 8.75\text{Hz}$
3次固有振動数	$f_3 = 25\text{Hz}$
1次振動粘性係数	$c_1 = 1 \times 10^{-4}$
2次振動粘性係数	$c_2 = 1.2 \times 10^{-5}$
3次振動粘性係数	$c_3 = 0.4 \times 10^{-6}$

図より、上記パラメータを設定して計算した周波数伝達関数は実験値と比較的良好一致していることが分かる。したがって、ここではこれらの値を用いてシステム行列 $\mathbf{A}$ と駆動行列 $\mathbf{B}$ を求め、最適レギュレータでフィードバック制御ゲイン $\mathbf{K}$ を求めた。

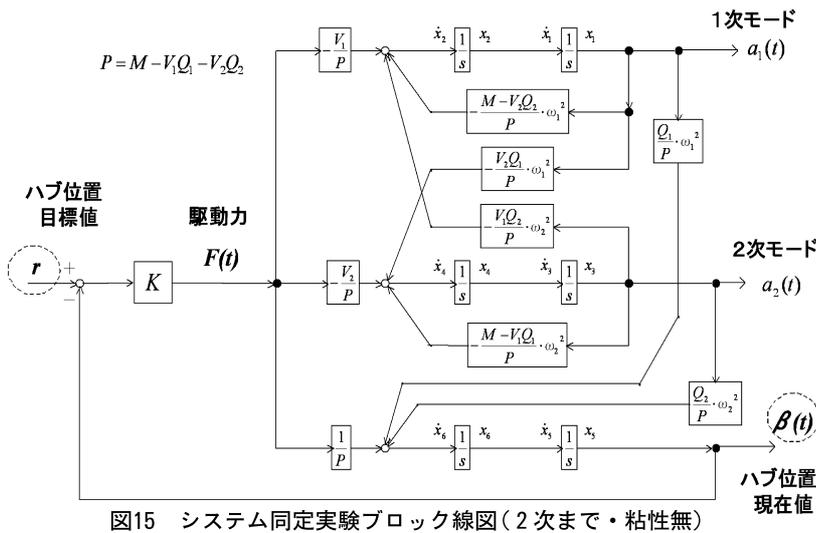


図15 システム同定実験ブロック線図(2次まで・粘性無)

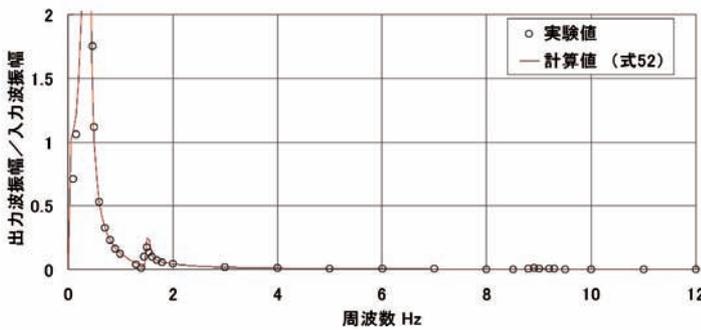


図16 システム同定試験結果

3.2.4 実験結果および考察

以下に設定した最適レギュレータの重み係数  $Q$ ,  $R$  の値と、その結果計算された制御ゲイン  $K$  を示す。ハブの速応性を高めるため、ハブ移動距離に対応する要素  $Q[7][7]$  を他に比べて大きく設定した。

$$Q = \text{diag}[100, 150, 50, 10, 50, 10, 1000, 20]$$

$$R = 0.008$$

$$K = [-658, -93.3, -181, -15.6, 129, -21.3, 352, 155]^T$$

図17に並進駆動機構で設置した長さ約1.8mの柔軟アームに一定の衝撃力を加えた時の実験結果を示す。

(a)に制御時および無制御時の先端変位を示すが、無制御の場合、振幅約±200mmの振動が持続するのに対し、上記ゲインを用いた状態フィードバック制御を施すことで、衝撃により励起された±350mmもの大振幅振動が約1.5秒で±25mm程度に抑制されていることが確認できる。

(b)にハブ移動距離とその時間微分である移動速度を示す。図よりハブ移動距離は±80mm程度となっており、衝撃を受けてからオーバーシュート2回でほぼ零に収束していることが確認できる。

(c)は振動1次モードに対応する時間関数  $a_1(t)$  とその時間

微分である。最大値は約0.2mであり、 $\phi_1(l) = 1.96$  を乗じて1次振動による先端変位を求めると392mmとなる。ハブの最大移動距離が80mmであることから、先端変位振幅のほとんどが1次振動に起因しているといえる。

(d)に制御力を示す。上記ゲインで状態フィードバックを施すと、先端変位にして約400mmのたわみが発生する衝撃を受けた場合、励起される振動を抑制するために最大100N程度の力を要することが分かる。許容できる制御力の最大値は、制御対象や使用アクチュエータによって異なるが、2.1.4節で述べた方法で制御力の大きさと制振制御性を調整することが可能である。

なお、先端変位と振動1次モードを観察すると約1.5秒で大振幅振動は抑制されるが、その後微振動が持続している。微振動を抑制するために状態フィードバック制御則により±5N程度の制御力が計算され、力指令としてモータドライバへ送られているが、図17(b)が示すようにハブの移動距離と速度はともに零である。これはボールねじ駆動部の動摩擦等に起因する不感帯の影響によるものである。微振動の大きさにもよるが、用途によっては不感帯の影響を補正するために非線形制御等の手法をとる必要がある。

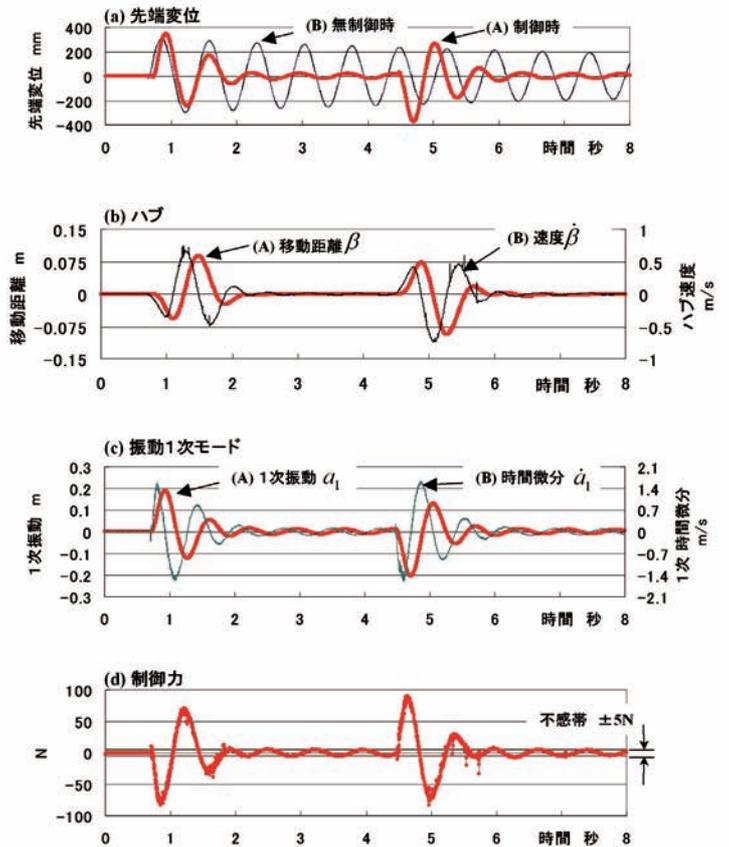


図17 並進駆動機構 制振制御試験結果

#### 4. カルマンフィルタを用いた制振制御

屋外・工場内等の悪環境下でセンサを使用する場合、日照条件、エンジンノイズ、強電力等による大ノイズがセンサ出力値に混入し、その結果状態フィードバック制御を施すことができない可能性がある。カルマンフィルタはセンサノイズの標準偏差が大きな場合においても、センサ情報に統計学的処理を施し、観測対象の数学モデルを通して確率的に一番高い状態を推定し、ノイズ成分の少ない状態変数を生成することが可能である。フィルタリング性能の良否は、センサノイズの大きさ、センサの個数、観測対象数学モデルの精度に依存する。

本節では、センサ信号に強制的にノイズ成分を混入し、カルマンフィルタとオブザーバを用いて柔軟アーム制御系の状態変数を推定し、両者のフィルタリング性能の比較検討を行った。なお実験は、第2節の回転駆動機構実験機を用いて行った。

##### 4.1 振動ジャイロによる振動モード時間微分の測定

カルマンフィルタは冗長なセンサ情報が入力可能であり、十分なノイズフィルタリング性能が得られない場合には、新たなセンサ情報を追加入力してフィルタリング性能を向上させることができる。ここでは、図3に示す柔軟アーム制御系に新たに3つの振動ジャイロを追加し、3次までの振動モードの時間微分  $da_i(t)/dt$  を求めた。以下にその方法を記す。

振動ジャイロ設置位置を  $x = G_1, G_2, G_3$ 、角速度出力値を  $g_i$ 、( $i = 1, 2, 3$ ) とする。 $x = G_i$  でのたわみ角  $\gamma_i$  はたわみ量  $y(G_i, t)$  を用いて次のように表される。

$$\gamma_i = \frac{\partial y(G_i, t)}{\partial x} \quad (53)$$

式(15)を代入し、アーム上の任意点の角速度はその点のたわみ角の時間微分であることを考慮すると、

$$g_i = \sum_{k=1}^3 \dot{a}_k(t) \phi_k'(G_i) \quad (54)$$

剛体角速度  $\dot{a}_0(t)$  を考慮し、

$$g_i = [\phi_1'(G_i) \ \phi_2'(G_i) \ \phi_3'(G_i)] \begin{bmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \\ \dot{a}_3 \end{bmatrix} + \dot{a}_0 \quad (55)$$

$x = G_1, G_2, G_3$  に対して式(55)を適用し、次のように整理することで3次までの振動モードの時間微分  $da_i(t)/dt$  を計算することができる。

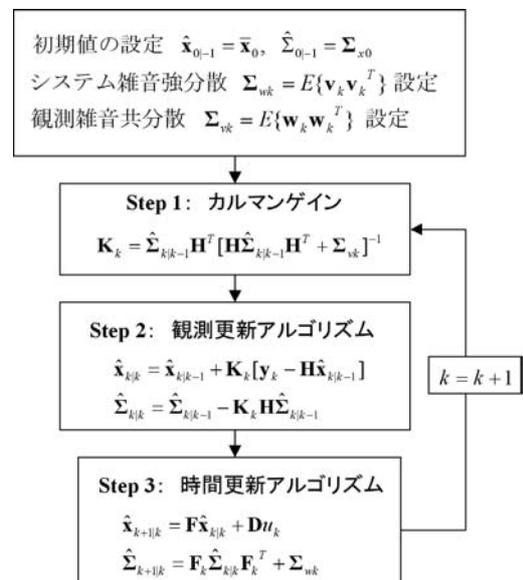
$$\begin{bmatrix} \dot{a}_1 \\ \dot{a}_2 \\ \dot{a}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1'(G_1) & \phi_2'(G_1) & \phi_3'(G_1) \\ \phi_1'(G_2) & \phi_2'(G_2) & \phi_3'(G_2) \\ \phi_1'(G_3) & \phi_2'(G_3) & \phi_3'(G_3) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1 - \dot{a}_0 \\ g_2 - \dot{a}_0 \\ g_3 - \dot{a}_0 \end{bmatrix} \quad (56)$$

#### 4.2 フィルタリングアルゴリズム

$w_k$  をシステム雑音、 $v_k$  を観測雑音とし、式(25)で表現される回転駆動機構柔軟アームを次のような離散化線形確率システムとして表現する。以下、添字の「k」は時刻  $t_k$  を表すものとする。

$$\left. \begin{aligned} x_{k+1} &= Fx_k + Du_k + w_k \\ y_k &= Hx_k + v_k \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

ここで、F はシステム行列、D は駆動行列、H は観測行列を表し、 $x_k$  は状態変数、 $y_k$  は観測情報である。また、連続システム(A, B)から離散システム(F, D)へはmatlabコマンドで容易に変換可能である。式(57)で表現された離散化システムに対するカルマンフィルタリングアルゴリズム<sup>1)</sup>を図18に示す。図中  $x_{k|k}$  は、観測量  $y_0 \sim y_k$  が与えられた時の最



$\hat{x}_{k|k}$  : 最小分散推定値 (フィルタ推定値)  
 $\hat{\Sigma}_{k|k}$  : 推定誤差共分散

図18 カルマンフィルタ・アルゴリズム

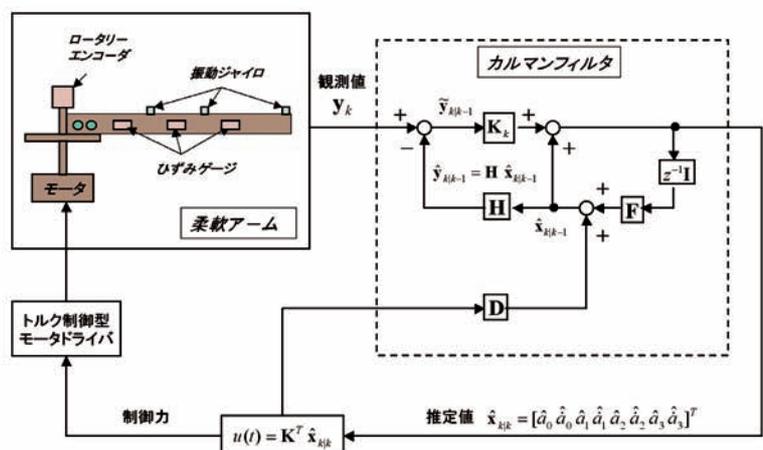


図19 カルマンフィルタ推定値による制振制御フロー

小分散推定量, すなわちフィルタ推定値である。

センサノイズ成分の分散を, 先見情報として観測雑音共分散  $\Sigma_{vk}$  として設定することで, ノイズ成分が除去可能である。

表3 ノイズ標準偏差 1

状態変数	$a_0$	$\dot{a}_0$	$a_1$	$\dot{a}_1$	$a_2$	$\dot{a}_2$	$a_3$	$\dot{a}_3$
ノイズ標準偏差	0.03	—	0.03	0.06	0.0015	0.03	0.003	—
単位	rad		m	m/s	m	m/s	m	

表4 ノイズ標準偏差 2

a	$[a_1 \text{ に対するモード関数 } \phi_1(l) = 1.72] \times 0.03 = 52\text{mm}$
b	$[a_2 \text{ に対するモード関数 } \phi_2(l) = 1.44] \times 0.0015 = 22\text{mm}$
c	$[a_3 \text{ に対するモード関数 } \phi_3(l) = 1.48] \times 0.003 = 4\text{mm}$
d	$[\dot{a}_1 \text{ に対するモード関数 } \phi_1'(0) = 2.59] \times 0.06 = 9\text{度/秒}$
e	$[\dot{a}_2 \text{ に対するモード関数 } \phi_2'(0) = 2.78] \times 0.03 = 5\text{度/秒}$

### 4.3 フィルタリング性能評価試験

#### 4.3.1 試験方法

ひずみゲージ3点と振動ジャイロ3個, さらにロータリーエンコーダ出力値を, 状態変数(式(24))に変換し, 各状態変数に対してソフトウェア上でノイズを混入した後, カルマンフィルタへ入力した。なお, ノイズは1kHz毎にC言語の::rand()関数を用いて生成した。

表3に各状態変数に混入したノイズの標準偏差を示す。表4は各状態変数に対応するモード形状関数を, 表3の値に乗じたものである。表4(a)~(c)は $a_1, a_2, a_3$ に対応し, 与えたノイズの標準偏差をアーム先端変位に換算した値を表す。(d),(e)は $da_1(t)/dt, da_2(t)/dt$ に対応し, 与えたノイズの標準偏差をアーム根元のたわみ角速度に換算した値を表す。

表3のノイズを混入した状態変数をカルマンフィルタへ入力し, 得られた推定値から制御力を計算し, 柔軟アームを制御した。なお, 制御ゲインは第2節と同様である。図4.2にカルマンフィルタ推定値による状態フィードバック制御のフローを示す。

さらに, オブザーバへノイズを混入した状態変数を入力し, カルマンフィルタ推定値との比較を行った。なお, オブザーバ推定値は, 極の実部の絶対値が大きくなるほど速応性が高くなるが, 入力信号のノイズ成分を増幅し易くなる。逆に実部の絶対値が小さ過ぎると応答性が悪くなり, 推定精度が劣化する。本試験では, 2.2.3項の実験で設定した極を用いてオブザーバを設計した。すなわち, 最適なオブザーバ推定値が得られるように極を設定している。

#### 4.3.2 試験結果

図20(a)はアームに一定の衝撃力を加え, 制振制御を行ったときの制御力である。(A)はカルマンフィルタ推定値で計算した制御力, (B)はオブザーバ推定値で計算した制御力である。(B)のノイズ成分が大きいのに対し, (A)に示すカルマンフィルタ推定値に含まれるノイズ成分が極めて小さいことが確認できる。

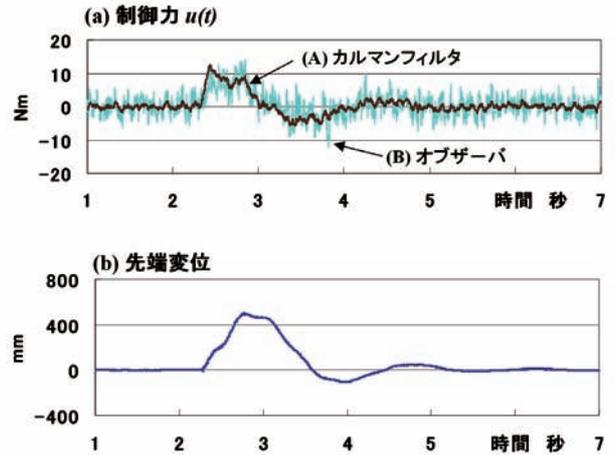


図20 カルマンフィルタ推定値による制振制御結果

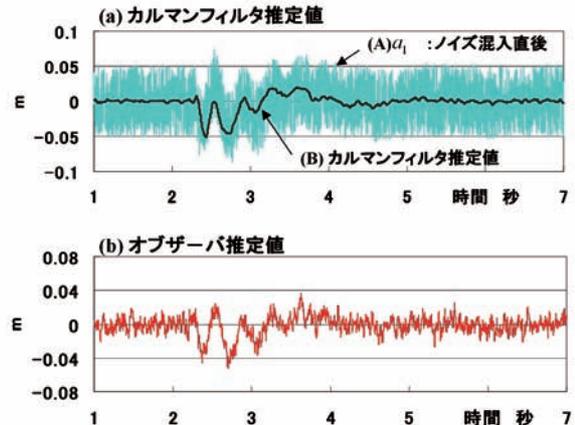


図21 1次振動推定値

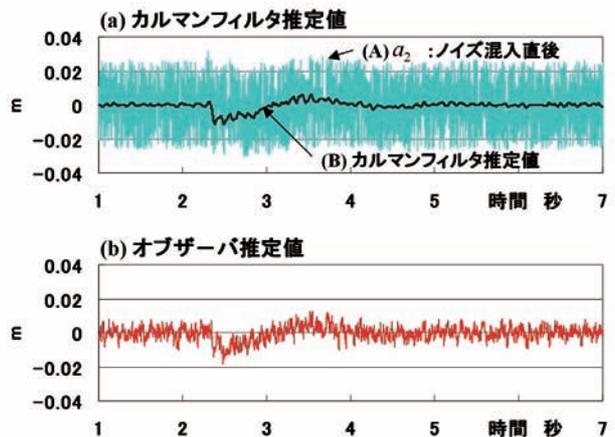


図22 2次振動推定値

図20(b)にカルマンフィルタ推定値で計算した制御力(図20(a)-A)で制御した時のアーム先端変位を示すが、第2節の図6とほぼ同じ傾向を示しており、アームが正常に制振制御されていることが分かる。これは、センサ情報に表3に示すような大きなノイズ成分が混入しても、カルマンフィルタを用いてノイズを除去することで、安定した状態フィードバック制御を行うことができることを意味する。

図21に1振動モード $a_1$ のカルマンフィルタとオブザーバの推定値を示す。(a)(A)はノイズ混入直後の $a_1$ であり、フィルタへの入力である。(B)はカルマンフィルタ推定値である。図より、 $a_1$ に混入した標準偏差0.03mのノイズが、カルマンフィルタにより効率的に除去されていることが分かる。(b)にオブザーバ推定値を示すが、ノイズが残存していることが分かる。

図22は2次振動モード $a_2$ のカルマンフィルタ推定値とオブザーバ推定値である。1次振動モード同様、カルマンフィルタは、オブザーバが完全に除去することができないノイズを除去していることが確認できる。

## 5. まとめ

本稿では、状態フィードバック制御による柔軟作業アームの制振制御性を、回転駆動および並進駆動機構実験機による実験を通して確認した。さらに、ノイズ環境下におけるカルマンフィルタのノイズフィルタリング性能をオブザーバと比較して確認した。以下に得られた知見を示す。

### (1) 回転駆動機構による制振制御試験

長さ1.5m、断面50×3.2tの柔軟アームに発生する振動を1.5秒程度で抑制・制御することができた。本実験機はハブに対しアームの慣性モーメントが著しく大きく剛体回転角が大きくなったが、適切な制御ゲインを設定することで剛体回転角を小さくすることが可能である。

### (2) 並進駆動機構による制振制御試験

長さ1.8m、断面50×6tの柔軟アームに発生する1次振動を約1.5秒で抑制・制御することができた。ボールねじ駆動に起因する不感帯の影響で微振動が持続したが、非線形制御を施すことで不感帯の影響を除去することが可能である。

### (3) カルマンフィルタの性能評価試験

センサに強制的にノイズを混入させて制振制御試験をおこなった結果、カルマンフィルタを用いることでオブザーバでは除去することができないセンサノイズを除去することが可能となり、その結果安定した状態フィードバック制御を行うことができた。

なお、実用化にあたり以下の項目を検討する必要がある。

#### (1) 傾斜時における制振制御

本稿では実験機を水平に保ち、理想的な状態での制振制御試験を行った。しかし、作業によっては傾斜した状態で制振制御を行う必要がある。この場合、重力の影響でハブが基準位置からずれる、あるいは状態観測器の推定精度が劣化する等の問題が発生する。前者に対してはハブの制御にサーボループを追加することで対応可能である。後者に対しては外乱オブザーバ等の手法を用いる必要がある。

#### (2) 断面変化アームに対する制振制御

長さ十数メートルの柔軟アームの場合、重力による支持端の慣性モーメントを軽減するため、先端方向に断面を小さくしているのが一般的である。この場合、モーダル解析あるいは有限要素法等により、振動モード形状を求め本稿で求めた状態方程式に適用することで制御ゲインを求めることができる。

#### (3) ひずみゲージの温度ドリフト

屋外では温度変化によりひずみゲージ出力がドリフトする。したがって、振動測定にひずみゲージを使用する場合、適切な温度ドリフト対策を施す必要がある。あるいは、ひずみゲージを使用せず、加速度センサ等、他のセンサで振動モードを計算する必要がある。

今後は、上記項目について検討していく予定である。

## 謝辞

本研究で使用した振動試験装置は、日本自転車振興会の補助により整備されました。記して感謝いたします。

## 引用文献

- 1) 西原 修ほか4名：圧電アクチュエータによる片持ばりの振動制御，日本機械学会論文集(C編)，Vol.57 No.538，pp.1916-1923，(1991)
- 2) 長南征二・高橋和彦：弾性ロボットアームのフィードバック位置決め制御，日本機械学会論文集(C編)，Vol.55 No.513，pp.1215-1220，(1989)
- 3) 福田俊男ほか4名：太陽電池パドルのフレキシビリティ制御，日本機械学会論文集(C編)，Vol.51 No.465，pp.979-984，(1989)
- 4) 入江敏博：機械振動学通論，朝倉書店，230PP.，(1984)
- 5) 新井史人ほか3名：柔軟構造物のフレキシビリティ制御，日本機械学会論文集(C編)，Vol.57 No.538，pp.1936-1943，(1991)
- 6) 市川邦彦：ロボット・アームの角位置制御，日本機械学会論文集(C編)，Vol.57 No.534，pp.635-639，(1991)
- 7) 吉川恒夫・井村順一：現代制御理論，昭晃堂，218PP.，(1995)
- 8) 古田勝久ほか4名：メカニカルシステム制御，オーム社，222PP.，(1990)
- 9) 吉田靖夫・田中正人：ディザを用いたフレキシブルアーム

Δの位置決め制御, 日本機械学会論文集(C編), Vol.57  
No.538, pp.1910-1915, (1991)

- 10) 西山 清: 最適フィルタリング, 倍風館, PP250.,  
(2001)
- 11) 片山 徹: 新版応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, PP  
281, (2000)