

## 小面積林分の地位樹高層の定義とその推定法

小林正吾\*

はじめに

筆者は前報(1967)で林地の地位評価の尺度として用いられる樹高は、偶然変動の範囲内に位置しているものであるべきことを指摘し、2つのプロットについて直観的にその樹高層を示した。今回さらに、ある年齢の樹高はそれまでの連年生長量の累積和であるという点に着目して、小プロット林分における、上で指摘した樹高層の定量的定義と、その推定法について一見解をえたので報告をおこなう。

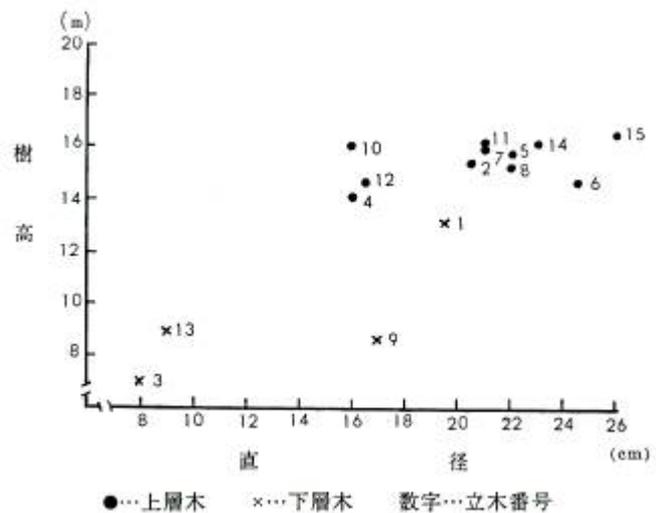
試料

前報の樹高生長解析に用いたAプロットを試料林分とした。この林分は、無補植、無間伐で、第1図に示したように上層木と下層木との分離が明らか(分離度 $\eta^2=0.8$ )で、被害による2次的な生長阻害の作用をうけた形跡もなく、正常な生長をとげている林分と認められる。なお、5年以下の輪枝間長は輪枝跡が不明瞭で直接測定が困難であったので、植栽時の樹高を0.20mと仮定し、グラフ上で5年の樹高との間をフリーハンド曲線で結び、この曲線から樹高を読みとって測定値とした。

### 地位樹高層の定義

半径5~6m程度の広がりのある林地における環境条件はほぼ一様と考えられる。その上に生育する林木群は、同一の環境条件に対して樹種固有の生理的な反応の結果生じた生産物である。すなわち、一定の生産機構による生産物の集団と考えることができる。そこでは、樹種ごとに生産の外的

機構である土地条件(地位条件)に見合った規格の立木が偶然変動をともなって生産されるはずである。しかし、現実の林分は林木の遺伝的要因、林木間の競合、あるいは被害など地位条件以外の諸要因に作用され、偶然変動の範囲をこえた種々の規格の立木からなるものと考えられる。林地の生産性の指標となる樹高は、当然これらの諸要因の作用をうけた立木を除外し、純粋に林地の地位条件のみによって生長したものでなければならない。このような立木群は、林地の地位条件に見合って期待される樹高を中心に、その上下の偶然変動によって生じた樹



第1図 プロット林分の直径対樹高の分布

\* 北海道立林業試験場

高変動の範囲内に分布するものであり、この範囲の樹高層を上述した見地から地位樹高層とよぶ。

与えられた時点の樹高は、生長の時間的単位である年ごとの生長量の累積和である。したがって、地位樹高層は樹高生長について、つぎの2つの条件を満足する立木群によって組成される樹高層と定義される。すなわち

第1の条件： 年ごとの生長量は独立である

第2の条件： 連年生長量は正規分布する

この2つの条件のもとでの  $t$  年における立木群の平均樹高と、その分散は

$$\bar{h}_t = \bar{h}_0 + \sum_i \bar{a}_t \quad (1)$$

$$\sigma_{h_t}^2 = \sigma_{h_0}^2 + \sum_i \sigma_{a_t}^2 \quad (2)$$

ここで、 $\bar{h}_0$  は植栽時の平均樹高、 $\bar{a}_t$  は  $t$  年における連年生長量のプロット林分の平均値、 $\sigma_{h_0}^2$  は  $h_0$  の分散、

$\sigma_{a_t}^2$  は  $a_t$  の分散

となり、(1) 式は地位樹高層の中心高である。地位樹高層の定義領域は、各年の生長量の変動を考慮して、その限界値を  $3\sigma_{a_t}$  にとると、(2) 式から

$$\bar{h}_t + 3\sigma_{h_t} > S. \quad H > \bar{h}_t - 3\sigma_{h_t} \quad (3)$$

ここで、 $S. H$  は地位樹高層の定義領域によって与えられる。

#### 試料林分の地位樹高層の算定

地位樹高層に適合する立木群の選定

プロットの上層木群は、調査時点において樹高が互いに近接し、上層樹冠層を組成している立木群を直観的に選んだものである。この各上層木に Gompertz 式  $\bar{h} = Ka^b$  をあてはめて調整した曲線群(35 年以上は推定値)を第2図にかかげた。この図から認められるように、上層木群の樹高は年齢の経過にもなって、分離あるいは接近する。この現象は、調査時点において上層木と判定された立木群の樹高生長が、地位樹高層の定義に適合していないことを意味する。

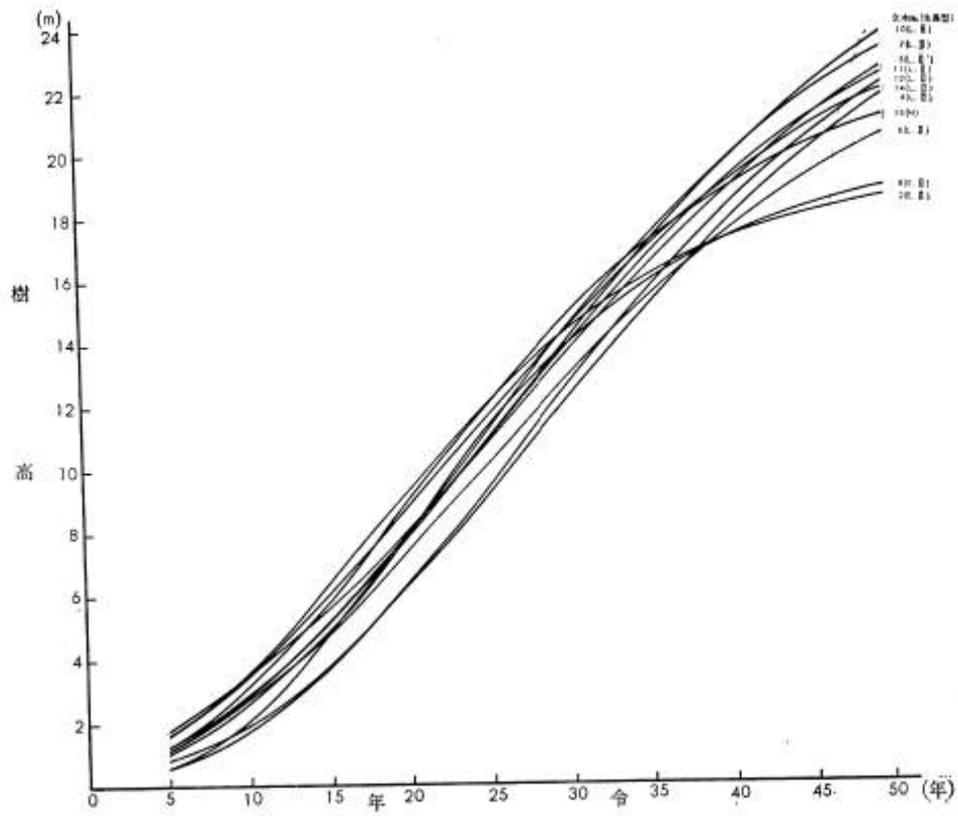
立木群の樹高生長が定義の第1の条件を満たしていない場合、その分散は(2)式に非独立性の付加項

$2\left(\sum_{t=j < k} \sigma_{a_j} \cdot a_k\right)$  が加わって

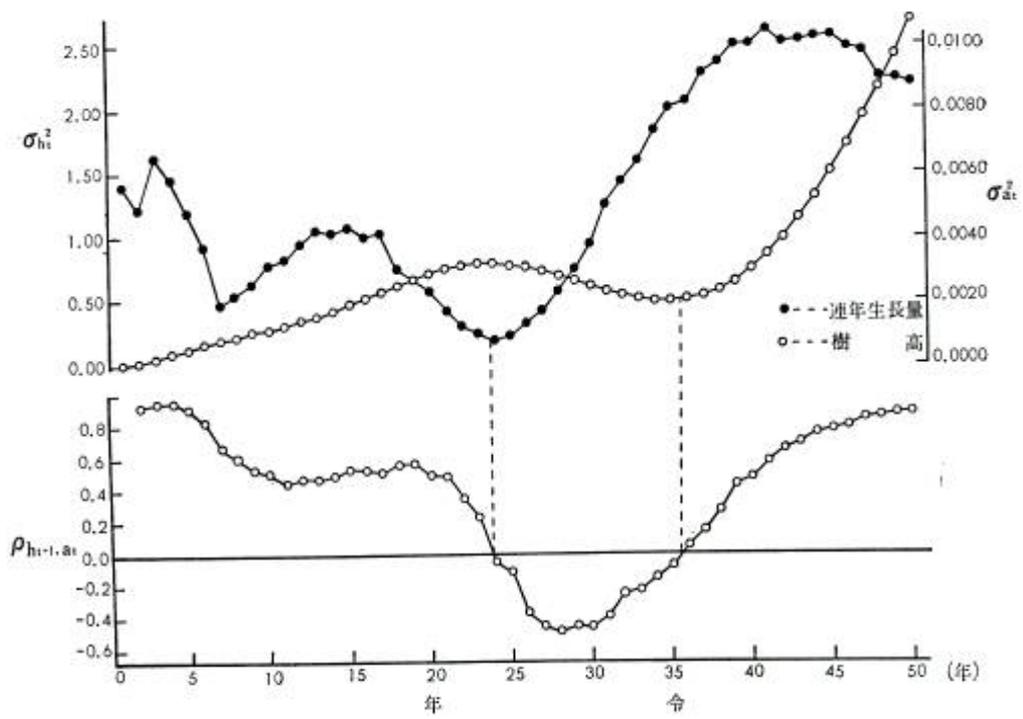
$$\begin{aligned} \sigma_{h_t}^2 &= \sigma_{h_0}^2 + \sigma_{a_2}^2 + \dots + \sigma_{a_t}^2 + 2(\sigma_{a_1 a_2} + \sigma_{a_1 a_3} + \dots + \sigma_{a_{t-1} a_t}) \\ &= (\sigma_{a_1}^2 + \sigma_{a_2}^2 + \dots + \sigma_{a_{t-1}}^2) + \sigma_{a_t}^2 + 2\left\{(\sigma_{a_1 a_2} + \sigma_{a_1 a_3} + \dots + \sigma_{a_{t-2} a_{t-1}}) + (\sigma_{a_1 a_t} + \sigma_{a_2 a_t} + \dots + \sigma_{a_{t-1} a_t})\right\} \\ &= \sigma_{h_{t-1}}^2 + \sigma_{a_t}^2 + 2(\sigma_{a_1 a_t} + \sigma_{a_2 a_t} + \dots + \sigma_{a_{t-1} a_t}) \\ &= \sigma_{h_{t-1}}^2 + \sigma_{a_t}^2 + 2(p_{h_{t-1} \cdot a_t} \sigma_{h_{t-1}} \sigma_{a_t}) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $p_{h_{t-1} \cdot a_t} = \frac{\sigma_{h_{t-1} a_t}}{\sigma_{h_{t-1}} \sigma_{a_t}}$  で  $t-1$  年の樹高と  $t$  年の樹高生長量との相関係数、また  $\sigma_{h_0}^2 = 0$  とした

となる。上の最後の式から、非独立性の付加項は、1 年前の樹高とその次年の生長量との相関の度合いに起因することがわかる。第2図にかかげた上層木の調整樹高群について  $p_{h_{t-1} \cdot a_t}$  を求めその結果第3図に示した。



第 2 図 上層木群の樹高生長曲線



第 3 図 上層木群の  $\rho_{h_{t-1}, a_t}$  および樹高分散, 連年生長量分散の推移

$ph_{t-1} \cdot a_t$  は年齢の増加とともに正→負→正と推移する。同図に示したように、この  $ph_{t-1} \cdot a_t$  の値が上層木群の生長量および樹高の分散に影響し、この結果上層木群の樹高が接近 ( $ph_{t-1} \cdot a_t < 0$  のとき) あるいは分離 ( $ph_{t-1} \cdot a_t > 0$  のとき) する。

以上のような  $ph_{t-1} \cdot a_t$  の傾向性は、上層木群が前報で指摘したように、異なる樹高生長型の立木を混在しているために生ずるものである。したがって、地位樹高層の定義に適合する樹高層をみいだすためには、上層木群中の同じ成長型の立木群を検出する必要がある。このような立木群は、前報で Gompertz 式の定数を算出するために用いた定差式

$$\log h_t = A + b \log h_{t-1} \tag{5}$$

によれば、生長曲線の形状を定めるパラメータ  $b$ 、および、曲線のたちあがりを定めるパラメータ  $A$  が互いに同じ立木群である。ここで、上式は  $\log h_{t-1}$  を確定変数と考えれば、 $\log h_t$  の  $\log h_{t-1}$  に対する回帰式とみなされる。

そこで、係数  $b$  および定数  $A$  が互いに統計的に有意な差をもたない立木をみいだすことによって、地位樹高層ごとの適合する立木群を選出することができる。

上層木 11 本の  $b$  と  $A$  および、回帰からの残差分散の値を第 1 表にかかげた。これからわかるように立木ごとの残差分散はやや一様性を欠くが、ここでは等分散性を仮定して、有意差検定には全上層木の残差分散から同じ推定した分散を用いた。結果は第 2 表のとおりである。この表から、 $b$  および  $A$  とともに有意差を相互に示さ

第 1 表 上層木の樹高生長曲線の定数

立木 No.		8	2	15	10	4	14	6	11	12	7	5
定数	b	0.910787	0.912685	0.927600	0.946339	0.944010	0.941619	0.941488	0.940965	0.940514	0.940252	0.951166
	A	0.115295	0.112252	0.098776	0.079925	0.081360	0.082816	0.081744	0.084912	0.085896	0.086842	0.072454
残差分散		0.000052	0.000073	0.000055	0.000032	0.000107	0.000039	0.000069	0.000117	0.000129	0.000032	0.000063
分散の同時推定値		0.000070										

第 2 表 地位樹高木の選出

回帰係数 b の有意性 d.f=52	回帰定数 A の有意性 (t...d.f=52)											生長型	
	立木 No.	8	2	15	10	4	14	6	11	12	7		5
8			0.553	2.893**	6.287**	7.051**	5.261**	6.046**	5.470**	6.297**	5.317**	6.689**	E. II
2		0.289		2.120*	5.148**	5.552**	4.344**	4.911**	4.398**	4.846**	4.210**	5.697**	E. II
15		2.568*	2.081**		2.916**	3.018**	2.297*	2.662**	2.166*	2.279*	1.916	3.680**	M
10		5.001**	4.665**	2.553*		0.252	0.420	0.288	0.788	0.788	1.125	1.040	L. II
4		5.568**	4.717**	2.400*	0.338		0.258	0.068	0.632	0.956	1.012	1.379	L. II
14		4.381**	3.798**	1.799	0.602	0.327		0.157	0.307	0.504	0.605	1.377	L. II
6		4.614**	3.965**	1.865	0.645	0.363	0.017		0.506	0.757	0.714	1.323	L. II
11		4.606**	3.944**	1.817	0.726	0.445	0.084	0.070		0.179	0.317	1.773	L. II
12		5.172**	4.319**	1.942	0.869	0.575	0.155	0.144	0.068		0.179	2.117*	L. II
7		4.680**	3.974**	1.775	0.848	0.569	0.180	0.171	0.100	0.041		2.095*	L. II
5		5.441**	4.827**	2.895**	0.590	0.932	1.118	1.177	1.253	1.418	1.375		L. II

\*\* 1% 水準で有意 \* 5% 水準で有意

ない立木を選出すれば、No. 10, 4, 14, 6, 11, 12, およびNo. 7の各立木でいずれも前報で示した後期生長型Ⅱに属する。

#### 地位樹高層の算定

前項で選出した7本の上層木群(以下地位樹高木群とよぶ)の樹高生長の特性値を用い、定義にしたがってプロット林分の地位樹高層の算定を試みる。

地位樹高木群から求めた樹高連年生長量の変異係数の実現値は、第4図に示したように一定値を示さず、年齢の増加にともなって減少するが、その推移には2次曲線の傾向が認められる。この傾向性は地位樹高木群に残っている各立木の生長経路の相違によって生ずる。また同時に、変異係数の減少的推移は、立木の成熟化にともなう生長変動の安定化作用によるものと解釈される。ここで、その変動性は立木の成熟度に逆比例し、また、成熟度が樹高であらわされるものと考えれば、変異係数は樹高の関数として、

$$C.V. \left( a_t \right) = a - \beta \log \bar{h}_t' \quad (6)$$

ここで、 $C.V. \left( a_t \right)$  は  $t$  年における地位樹高木群の樹高連年生長量の変異係数、 $\bar{h}_t'$  は  $t$  年における地位樹高

木群の平均樹高、 $\alpha$ 、 $\beta$  は定数

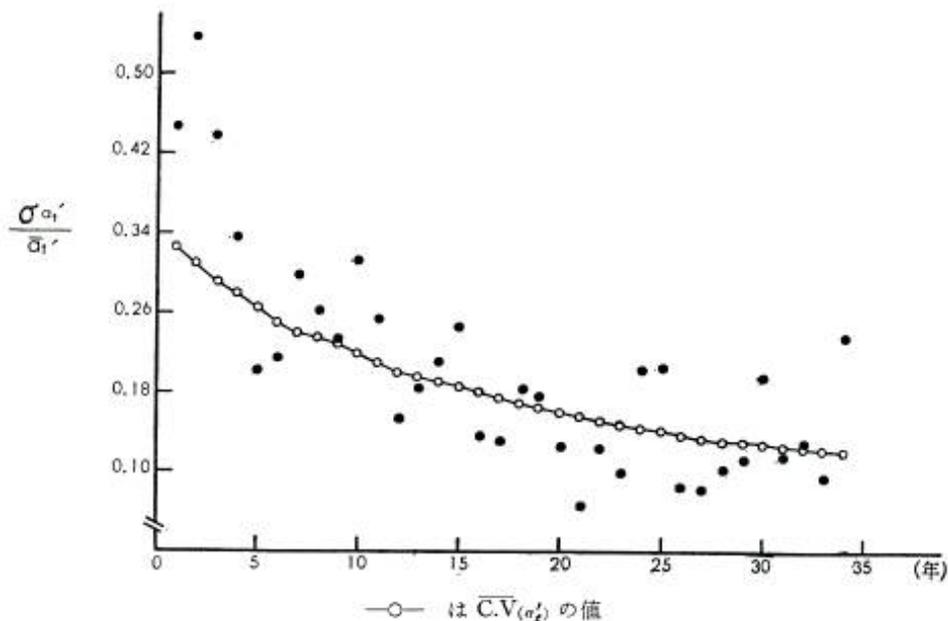
によってあらわされる。 $\log \bar{h}_t'$  に対する  $C.V. (a_t)$  の関係は、第5図に示したように明らかな直線性を示さない。

この直線性からのはずれは、上述した地位樹高木群に残る生長経路の差によるものとみなされる。したがって第5図の観測値に(6)式をあてはめれば、生長経路の差による変動が除去され、定義の条件に適合する地位樹高木群の変動の特性値を推定することができる。(6)式の実現値は

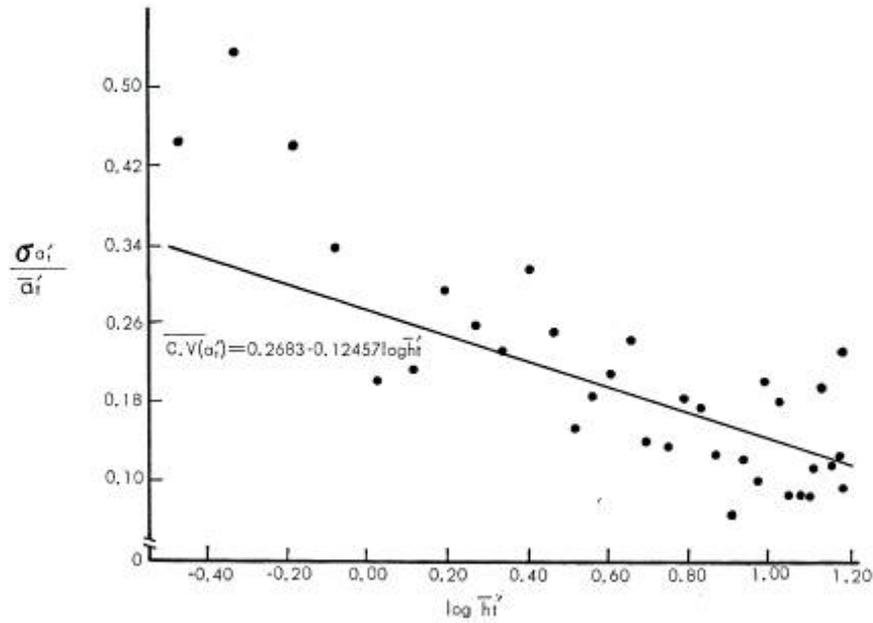
$$\overline{C.V.} \left( a_t \right) = 0.268 - 0.12457 \log \bar{h}_t' \quad (7)$$

となる。これから、 $t$  年の連年生長量の標準偏差の推定値は

$$\overline{\sigma}_{a_t} = \bar{a}_t \cdot \overline{C.V.} \left( a_t \right) = \bar{a}_t \left\{ 0.2683 - 0.12457 \log \bar{h}_t' \right\} \quad (8)$$



第4図 地位樹高木群の  $C.V. (a_t)$  の推移



第5図 地位樹高木群の $\log \bar{h}_t'$ と $C.V. (a_t')$ の関係

ここで $\bar{a}_t'$ は $t$ 年における地位樹高木群の連年生長量の平均値

によってえられる。

地位樹高木群の平均樹高は

$$\bar{h}_t' = h_0' + \sum_t \bar{a}_t' \quad (9)$$

ここで, $h_0' = 0.20\text{m}$

であるから、地位樹高層の中心高は、この $\bar{h}_t'$ にGompertz式をあてはめて求める。この場合、定義の第1の条件から、 $\bar{h}_t'$ の重みは

$$W_{\bar{h}_t'} = \left( \frac{\sigma_{a_t'}^2}{\bar{h}_t'} \right)^{-1} = \left( \sum_t \sigma_{a_t'}^2 \right)^{-1} \quad (10)$$

としてパラメータの推定値を求め、その結果、次式をえた。

$$\bar{\bar{h}}_t' = 26.71 \times 0.012358^{0.940965 t} \quad (11)$$

(11)式は定義によって求めたプロットの地位樹高層の中心高曲線である。これから、地位樹高層の各年における樹高生長量の平均値は

$$\bar{\bar{a}}_t' = \bar{\bar{h}}_t' - \bar{\bar{h}}_{t-1}' \quad (12)$$

によって求められる。また、調整された $\bar{h}_t'$ の分散は

$$\sigma_{\bar{h}_t'}^2 = \sum_t \sigma_{a_t'}^2 = \sum_t \left[ \bar{a}_t' \left\{ 0.2683 - 0.12457 \log \bar{h}_t' \right\} \right]^2 \quad (13)$$

となる。

以上の結果を用いて、(3)式の地位樹高層の定義領域は

$$\bar{h}'_t + 3\left(\frac{\sigma_{a'_t}}{\sigma_{h'_t}}\right)^{\frac{1}{2}} > S. \quad H > \bar{h}'_t - 3\left(\frac{\sigma_{a'_t}}{\sigma_{h'_t}}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

によって求められる。また、この樹高分布の最大樹高および最小樹高の期待値は

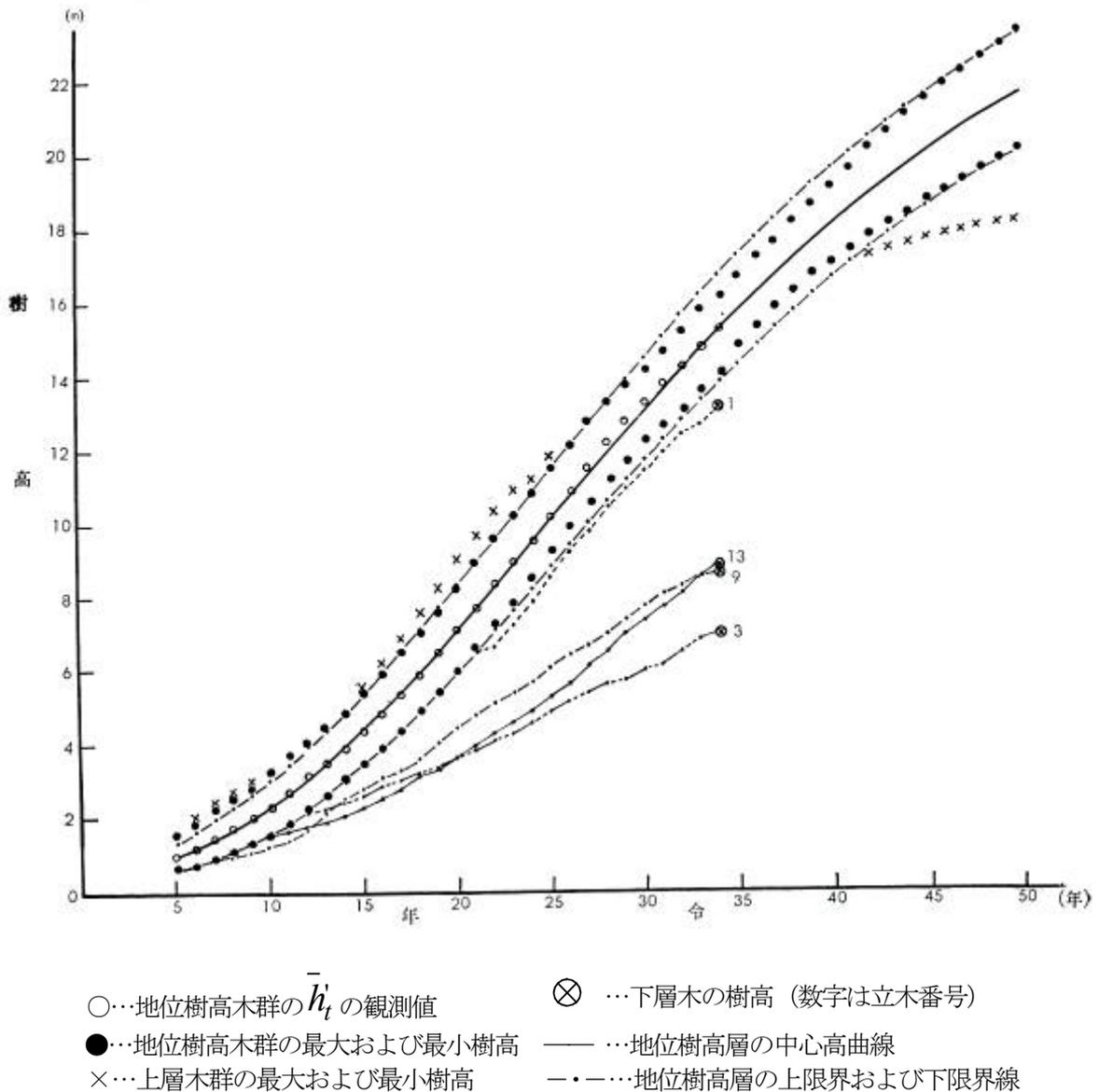
$$\bar{h}'_t + \frac{d_2}{2} \sigma_{h'_t} \quad \text{および} \quad \bar{h}'_t - \frac{d_2}{2} \sigma_{h'_t}$$

ここで、 $d_2$ は Tippett の係数である。この変動限界として  $3\sigma_0$  をとると、地位樹高層の幅 (S.H.R) は

$$\bar{h}'_t + \sigma_{h'_t} \left( \frac{d_2}{2} + 3e_3 \right) > \text{S.H.R} > \bar{h}'_t - \sigma_{h'_t} \left( \frac{d_2}{2} + 3e_3 \right) \quad (15)$$

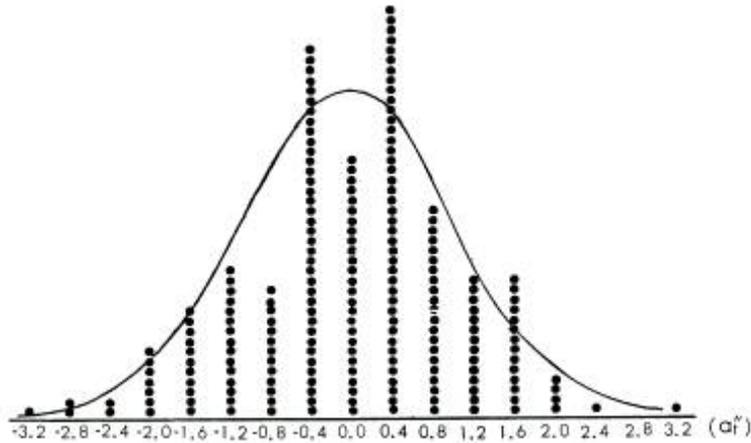
ここで、 $t$ 年における最大樹高を  $L_t$ 、最小樹高を  $S_t$  とすると、 $e_3 = \frac{D(L_t)}{\sigma_{h'_t}} = \frac{D(S_t)}{\sigma_{h'_t}}$  ( $=0.626^* \cdots$  標本数=7)

となる。(15) 式によって算出した地位樹高層の幅を第6図に示し、同図上に地位樹高木の最大および最小樹高を



第6図 地位樹高層と各立木群の樹高分布

\* 日本科学技術連盟『品質管理用数値表』新編A, 1954.



実線は期待度数{ $N(0, 1)$ }曲線

第7図 地位樹高木群の連年生長量の分布

落点した。これらの点は地位樹高木群に残る生長経路の差によって、幼齢時（15年まで）には限界値外にでる。

以上の地位樹高層の算定は、定義の第2の条件が満足されているものとして導いた。実際にこの条件が成り立っているかをつぎに検討してみる。地位樹高木の連年生長量をつぎによって標準化する（実測した5年以上）。

$$\frac{a_{it}' - \bar{a}_t'}{\sigma_{a_t}'} = a_{it}'' \quad (t = 5, 6, \dots, 34) \quad (16)$$

ここで、 $a_{it}''$ は $t$ 年における $i$ 地位樹高木の連年生長量

この $a_{it}''$ は年ごとに独立であるから、全年齢をこみにした分布を求め、この分布の正規性を検討すればよいことになる。 $a_{it}''$ の度数分布図は第7図に示したとおりであり、この分布の $N(0, 1)$ に対する適合度の検定を試みた結果、 $X^2$ の実現値は、 $X^2 = 17.774 (< X_{0.05}^2 = 23.685, d \cdot f = 14)$ となる。これから地位樹高木群の樹高連年生長量について、定義の第2の条件が満足されていることが認められる。

#### 上層木の樹高層と地位樹高層との関係

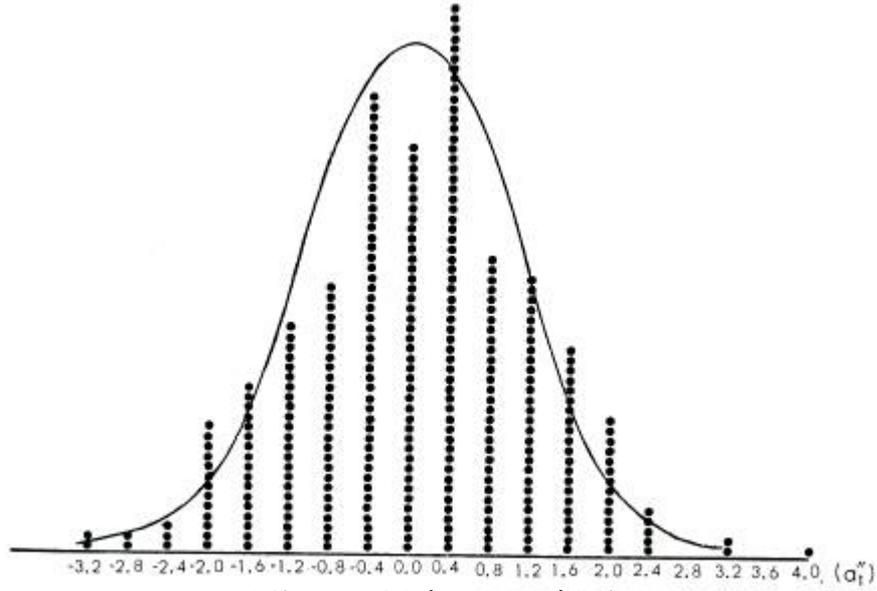
地位樹高木以外の上層木の一部は、第6図にみられるように、生長初期から中期まで地位樹高層の上限値をこえて位置する。また、中期以降においては、下限値以下となることが推定される。このように全時点において、上層木群（調査時点で樹高が互いに接近し、上層木樹冠を組成している立木群）の樹高層と地位樹高層とは必ずしも一致しない。

上層木の樹高がある時点で地位樹高層内に位置するためには、地位樹高層の中心高から、一定の方向に離脱する傾向性をもたないことが条件となる。この条件は、立木の各年における生長量の分布が、一定方向に偏らないということと同等である。各立木の中心高から離脱する度合いは、つぎのようにしてあらわすことができる。各立木ごとの標準化された連年生長量の平均値は

$$\bar{a}_{it}'' = \frac{\sum_t \sigma_{a_t}' a_{it}''}{\sum_t \sigma_{a_t}'} = \frac{\sum_t (a_{it}'' - \bar{a}_t')}{\sum_t \sigma_{a_t}'} \quad (t = 5, 6, \dots, 34) \quad (17)$$

によって求められる。プロット林分の調査時点において、地位樹高層内にはいる全立木の $a_{it}''$ の分布を求め第8図に示した。この分布は地位樹高木群の場合と同様に $N(0, 1)$ の分布にはしたがう（ $X^2 = 22.691 < X_{0.05}^2 = 23.685, d \cdot f = 14$ ）。そこで、上の $\bar{a}_{it}''$ を $N(0, 1)$ の母集団からの $n$ 個のランダムサンプルの平均値とみなし、

$$t_{in} = \bar{a}_{it}'' \sqrt{n} \quad (n = \text{年齢} - 4) \quad (18)$$



第8図 上層木群の連年生長量の分布

第3表 各立木の地位樹高層からの離脱度

年齢	上層木								下層木				上層木層の相対的幅				
	地位樹高木								15	5	2	8		1	13	9	3
	11	14	10	7	12	6	4										
10	3.23	3.23	1.16	0.33	-5.05	-0.08	-2.98	2.40	4.47	3.23	-1.74	-4.22	-5.87	-7.53	-5.46	9.52	
15	0.05	2.60	0.92	1.88	-3.18	0.43	-2.70	5.49	2.60	5.49	2.60	-4.14	-9.21	-6.55	-7.76	8.67	
20	-0.64	1.84	1.13	2.73	-1.70	0.07	-2.65	3.44	-0.28	6.99	3.44	-3.65	-11.63	-8.62	-11.99	9.64	
25	-0.53	2.44	0.82	1.26	-1.38	-1.53	-2.41	3.61	-0.65	4.64	2.88	-4.32	-13.86	-11.36	-15.18	7.05	
30	1.62	1.23	0.84	1.23	-1.25	-1.91	-2.04	3.06	0.05	1.10	1.75	-4.00	-14.59	-13.54	-18.24	5.10	
34	1.83	0.59	1.21	1.58	-0.89	-1.87	-2.62	2.69	0.22	0.47	0.96	-4.71	-15.20	-15.44	-20.01	5.31	

の値をとる。この  $t_{in}$  は、各立木の  $n+4$  年における地位樹高層の中心高からの離脱度をあらわす。プロット林分の全標本木について、5年ごとの  $t_{in}$  の値を第3表に示した。ここで、 $\bar{a}_{it}$  の変動限界を  $3.00$  にとると、 $\bar{a}_{it}$  の分布の正規性の条件から  $|t_{in}| = 3.00$  が離脱度を測る基準値となる。調査時点では、直観的に上層木として選んだ立木はいずれも、 $|t_{34}| < 3.00$  の値を示している。また、上層木群の樹高層の分離、接近の度合を、各時点の  $t_{in}$  の最大値と最小値の差をもってあらわすことができる。その推移の状態をみるために、第3表の最右列にかかげた。

#### 地位樹高層の推定法

プロット林分の地位樹高木群から求めた(7)式の連年生長量の変異係数と樹高の関係は、地位樹高木群の生長にともなう樹高変動の特性値とみなされる。これを用いて、任意の小面積プロットの地位樹高層は以下に示す方法によって近似的に推定することができる。

(8) 式から、 $n$  年における地位樹高木群の分散は、 $\sigma_{h_0}^2 = 0$  とおき一般的に示せば

$$\begin{aligned} \overline{\sigma_{h_n}^2} &= \sum_{t=1}^n \overline{\sigma_{a_t}^2} = \sum_{t=1}^n \left\{ \bar{a}_t' \left( \alpha - \beta \log \bar{h}_t' \right) \right\}^2 \\ &= \sum_{t=1}^n \bar{a}_t'^2 \left( \alpha - \beta \log \bar{h}_t' \right)^2 \end{aligned}$$

一般に  $\bar{a}_t'$  は測定できないので、生長曲線を直線で近似し、また  $\bar{h}_0$  は小さいので

$$\bar{a}_t' \approx \frac{\bar{h}_n'}{n} \quad (t=1, 2, \dots, n)$$

とおくと上式は

$$\begin{aligned} &? \frac{\bar{h}_n'^2}{n} \sum_{t=1}^n \left\{ \alpha^2 - 2\alpha \beta \log \bar{h}_t' + \beta^2 (\log \bar{h}_t')^2 \right\} \\ &= \frac{\bar{h}_n'^2}{n} \left\{ n \alpha^2 - 2\alpha \beta \sum_{t=1}^n \log \bar{h}_t' + \beta^2 \sum_{t=1}^n (\log \bar{h}_t')^2 \right\} \end{aligned}$$

となる。上の近似から

$$\sum_{t=1}^n \log \bar{h}_t' = \sum_{t=1}^n \log \left( \frac{\bar{h}_n'}{n} \cdot t \right) = \log \frac{\bar{h}_n'}{n} + \log(n!)$$

同様に

$$\sum_{t=1}^n (\log \bar{h}_t')^2 = \sum_{t=1}^n \left( \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \cdot t \right)^2 = n \left( \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \right)^2 + 2 \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \log(n!) + \log(n!)^2$$

これらを上式に代入すれば、分散は近似的に

$$\frac{\hat{\sigma}_{h_n}^2}{h_n} \approx \frac{\bar{h}_n'^2}{n} \left[ n \alpha^2 - 2\alpha \beta \left\{ n \cdot \log \frac{\bar{h}_n'}{n} + \log(n!) \right\} + \beta^2 \left\{ n \left( \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \right)^2 + 2 \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \log(n!) + \log(n!)^2 \right\} \right] \quad (19)$$

となる。この式の定数  $\alpha$ ,  $\beta$  に試料プロットの地位樹高木群から求めた値を代入して、任意の林分の  $n$  年における地位樹高木群の樹高分散の近似値は

$$\begin{aligned} &\frac{\hat{\sigma}_{h_n}^2}{h_n} \approx \frac{\bar{h}_n'^2}{n} \left[ 0.07198n - 0.06681 \left\{ n \log \frac{\bar{h}_n'}{n} + \log(n!) \right\} \right] \\ &\quad + 0.015518 \left\{ n \left( \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \right)^2 + 2 \log \frac{\bar{h}_n'}{n} \log(n!) + \log(n!)^2 \right\} \end{aligned} \quad (20)$$

によって求められる。これから、地位樹高層の片幅  $L_{h_n}'$  は

$$L_{h_n}' = \left( \frac{\hat{\sigma}_{h_n}^2}{h_n} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \frac{d_2}{2} + 3e_3 \right) \div 3 \frac{\hat{\sigma}_{h_n}'}{h_n} \quad (21)$$

によって算出される。30～45年の各  $\bar{h}_t'$  について、上式によって求めた  $3 \frac{\hat{\sigma}_{h_t}'}{h_t}$  の値を付表にかかげた。

つぎに、地位樹高の中心高  $\bar{h}_t'$  の推定が必要である。林分によって樹高の分布が一定していないので、あらかじめ地位樹高層を定めることはできない。そこで、上層樹冠層から上下にかけ離れた樹高をもつ立木を除外して平均樹高を算出し、これを地位樹高層の中心高  $\bar{h}_t'$  の第1近似値  $\bar{h}_t$  とする。つぎに  $\bar{h}_t$  を中心として

$$3 \frac{\hat{\sigma}_{h_t}'}{h_t} + \bar{h}_t > h_{it}' > 3 \frac{\hat{\sigma}_{h_t}'}{h_t} - \bar{h}_t \quad (22)$$

の樹高層をもつ立木を選出し、

$$\hat{h}_t' = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h_{it}' \quad (23)$$

ここで、 $m$ は $h'_t$ の樹高をもつ立木の本数

をもって、地位樹高層の中心高の推定値とする。n年生の林分についての $\hat{h}'_n$ は

$$\hat{h}'_n = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h'_{in} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \sum_{t=1}^n a'_{it} + \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m h'_0 = \sum_{t=1}^n \bar{a}'_t + \bar{h}_0 \quad (24)$$

となり、第8図での $a''_{it}$ の検討から、上の $h'_{it}$ の連年生長量 $a'_{it}$ については $E\left(\sum_{i=1}^n \frac{\bar{a}'_{it}}{m}\right) = \bar{a}'_t$ が成り立ち、

したがって

$$E\left(\sum_{t=1}^n \bar{a}'_t + \bar{h}_0\right) = \sum_{t=1}^n E(\bar{a}'_t) + E(h_0) = \bar{h}_n = E(\hat{h}'_n) \quad (25)$$

となり、推定値としての $\hat{h}'_t$ の妥当性が保証される。この場合、 $\hat{h}'_t$ の抽出変動を考慮すれば地位樹高層の片幅の推定値は

$$\hat{L}'_{h'_t} = \hat{\sigma}'_{h'_t} \left( \frac{3}{\sqrt{m}} + \frac{d_2}{2} + 3e_3 \right) ? \hat{\sigma}'_{h'_t} \left( \frac{3}{\sqrt{m}} + 3 \right) = 3 \hat{\sigma}'_{h'_t} \left( \frac{1}{\sqrt{m}} + 1 \right) \quad (26)$$

となる。

【付記】 地位樹高層の推定の実例

試料林分（プロットA）と前報で用いたプロットBについて、提示した方法による地位樹高層推定の例を示す。

プロットA （年齢…34年）

立木 No.	15	11	14	10	7	5	2	8	12	6	4	1	13	9	3
樹高 (m)	16.50	16.20	16.10	16.05	16.00	15.85	15.45	15.35	14.70	14.65	14.10	13.20	8.95	8.80	7.05

No. 13, No. 9, No. 3を除外。

$$\bar{h}_{34} = \frac{1}{12} \sum_{i=15 \sim 1} h_i = \frac{184.15}{12} = 15.34(\text{m})$$

$$3 \hat{\sigma}'_{h_{34}} ? 1.35 \text{ (付表から)}$$

$$h'_{i34} \dots 16.69 \rangle h'_{i34} \rangle 13.99$$

$$\hat{h}'_{34} = \frac{1}{m} \sum_{i=15 \sim 4} h'_{i34} = \frac{170.95}{11} = 15.54(\text{m})$$

$$\hat{L}'_{h_{34}} ? 3 \hat{\sigma}'_{h_{34}} \left( \frac{1}{\sqrt{m}} + 1 \right) = 1.36 \left( \frac{1}{\sqrt{11}} + 1 \right) = 1.77(\text{m})$$

$$\text{S.H.R.} \dots 17.30 > \text{S.H.R} > 13.77 \text{ (m)}$$

(註) 地位樹高木群から求めた算定値

$$\bar{h}'_{34} = 15.33(\text{m}), \quad L'_{h_{34}} = 1.43(\text{m})$$

プロット B (年齢・39年)

立木 No.	10	1	4	5	6	9	12	7	13	11	2	8	3
樹高 (m)	15.65	14.00	13.55	13.45	12.80	12.75	12.30	12.20	11.85	11.40	11.25	10.15	8.45

No. 3 を除外。

$$\bar{h}_{39} = \frac{1}{12} \sum_{i=10 \sim 8} h_i = \frac{151.35}{12} = 12.60(\text{m})$$

$$3 \hat{\sigma}_{h_{39}}' ? 1.10 \text{ (付表から)}$$

$$h_{i39}' \dots 13.70 > h_{i39}' > 11.30$$

$$\hat{h}_{39}' = \frac{1}{m} \sum_{i=4 \sim 11} h_i' = \frac{100.30}{8} = 12.54(\text{m})$$

$$\hat{L}_{h_{39}}' ? 3 \hat{\sigma}_{h_{39}}' \left( \frac{1}{\sqrt{m}} + 1 \right) = 1.10 \left( \frac{1}{\sqrt{8}} + 1 \right) = 1.49(\text{m})$$

$$\text{S.H.R} \dots 14.03 > \text{S.H.R} > 11.05 \text{ (m)}$$

あ と が き

ここで提示した地位樹高層は、自然環境構成が均一な林地を前提として、その上に成立する各立木の内部的機構が、まったく同じという理想状態下での林分の樹高生長を表現したものである。したがって、樹種を固定して考えれば、地位樹高層は純粋に林地の地位—生産条件—を反映した樹高生長の推移領域を示し、前報で指摘した樹高生長の偶然変動による範囲を具体的に定義したものである。土壌の広がりに対応するプロットの設定法として、西沢(1963)によってビッターリッヒ法が提案されて以来、広く林地生産力の調査法に採用されている。このような小面積プロットでは、標本木数が少ないため、樹高地位の判定結果が、基準樹高のとり方によって異なる場合が多い。たとえば、欧米方式のエーカー当り一定本数—大体 25~100 本の範囲がとられている—の最大樹高木の平均高(上層高)を採用すれば、小プロットではせいぜい 1 本程度の最大樹高木をとることになる。したがって、プロットの各立木の遺伝的因子がまったく同じという保証がない限り、この判定法は危険である。また、わが国で普通採用されている上層木の平均高は、上層木群と下層木群の分離度が小さい場合、地位判定の結果が測定者の上層木選定の仕方に依存してしまう。このような小面積林分における地位判定の基準樹高のとり方の問題に対して、地位樹高層の概念——小プロットにおいては、一般に環境の一樣性の条件が仮定でき、その林分の樹高生長に対して地位樹高層の概念の導入が可能である——は一つの理論的基準を与えるものと考えられる。

直観的に選んだ資料林分の上層木群は、地位高層の中心高からの離脱度  $t_{34}$  の値から妥当なものであった。しかし、その樹高層は、各年の連年生長量が独立でないために地位樹高層との一致はみられなかった。この非孤立性は、1 年前の樹高と次年の生長量との相関係数  $ph_{t-1} \cdot a_t$  によって示され、この  $ph_{t-1} \cdot a_t$  は年齢の増加にもなつて傾向的に推移することが認められた。この傾向性は、上層木群を組成する各立木の樹高生長型の組み合わせられ方によって定まるものである。立木群の  $ph_{t-1} \cdot a_t$  の傾向性とその樹高層の推移の関係は、つぎに示す各場合が考えられる。

- (1)  $ph_{t-1} \cdot a_t$  が無傾向の場合 —不規則偶然変動をとまなう定常時系列にしたがう場合—

その立木群の樹高層は地位樹高層と一致する。生長にともなう樹高の順位の入れかわりは、不規則偶然的である。この場合の各立木の樹高生長型は同一である。

- (2)  $ph_{t-1} \cdot a_t$  が正の一定値をとる場合

立木群の樹高層は、年齢の経過にともなつて加速度的に分離する。樹高の順位は一定でかわらない。生長型は(1)の場合と同様である。

(3)  $p_{h_{t-1}} \cdot a_t$ が正→負の傾向をたどる場合

立木群の樹高層は、生長初期に分離し、 $p_{h_{t-1}} \cdot a_t = 0$ の時点—各立木相互の連年生長量の差が最小となる—から接近する。樹高の相対的順位は不変である。この場合の生長型の組成は初期型と後期型とからなる。

(4)  $p_{h_{t-1}} \cdot a_t$ が正→負→正と推移する場合

(3)の場合から再び樹高層は接近し、第2の $p_{h_{t-1}} \cdot a_t = 0$ の時点(各立木相互の樹高の差が極小となる)から再度樹高層は分離する。この場合の樹高の順位は、第2の $p_{h_{t-1}} \cdot a_t = 0$ の時点で逆転する。生長型の組成は(4)と同様である。

以上は典型的な場合を示したもので、実際の林分は、立木に内因的あるいは外因的作用が加わって、これらの各場合の立木群が混在しているものと考えられる。試料林分の上層木群は(1)と(4)の場合が組み合わさったものとみることができる。

BRUCE(1926)は、現在の優勢木が過去のある時点で必ずしも優勢木でないことを指摘したが、これは上の(3)と(4)およびこれらに(1)が加わった場合に起きうる現象である。この現象は、地位樹高層の立場から、調査時点において地位樹高層内に位置する立木でも、過去の時点で地位樹高層内に位置していたとは即断できないということによって説明される。さらに、(4)の場合は将来の時点についても同じことがいえる。以上の考察によって、小プロットの樹高地位の判定に欧米式の上層高法の適用は妥当性にかけることがわかる。むしろ、直観的に上層木を選出してその平均高を用いた方が妥当性がある。

$n$ 年における地位樹高層の中心高からの離脱度を  $t_n$ によってあらわしたが、 $|t_n| < 3.00$ の範囲が  $n$ 年の地位樹高層に相当する。調査時点で  $|t_{34}| < 3.00$ の値を示した地位樹高木を含む11本の標本木の  $a_{ii}''$ の分布は、地位樹高木の  $a_{ii}''$ の分布  $M(0, 1)$ と一致を示した。このことから、上層木群における各立木の樹高生長型の相違は、正常な連年生長量の範囲内での各年における分布の偏りによるものであることが認められる。この結果は、調査時点において地位樹高層内に位置している立木の平均樹高が、その時点の地位樹高層の中心高の不偏推定値となることを示す。この事実をもとに、地位樹高層の中心高の推定法を提示したが、あらかじめ理論的に地位樹高層の位置を定めることができない点で十分な方法ではない。しかし、この方法の実際の適用にあたっては、例示したように、上層木と下層木の樹高層の分離度が大きい場合、問題なく中心高のよい近似値がえられる。また、分離度が小さい場合(例のプロットBのような場合)は、前報で示したように標本木の選び方による平均樹高の移動率が小さいので、大きな誤差をおかすことは考えられない。

つぎに、この研究には不備な点がいくつか含まれているが、そのうちの主なものにふれておく。プロット林分の地位樹高層の算定において、定義の条件から、年ごとに正規分布からはずれている生長量をもつ立木をまず除外する。さらに、各年の生長量が非独立性を示す立木を除外する、という手順で地位樹高木を選出すべきであった。しかし、標本木が少ないため、やや無理な仮定を前提にした方法をとらざるをえなかった。また、中心高の推定値をえるために用いた Gompertz 式の適合度(回帰からの分散の意味)は高かったが、その偏差系列に週期変動性が認められ、各年の生長量の推定値に偏りが生じ満足すべき結果がえられなかった。さらに、地位樹高層の算定には、調整曲線にともなう誤差を考慮すべきであったが、しかし、目的が定義した地位樹高層と上層木の樹高推移との概略の関係をみるためにあったので、とくに考慮しなかった。なお、ここで地位樹高木として選出された標本木は、いずれも前報で示した樹高生長型を同じくするものであった。したがって、前報の樹高生長型区分は、樹高生長過程の相違を表示する基準となるものと認められる。しかし、第3表の結果からわかるように、選出された地位樹高木の一部は、まだ定義の地位樹高層に完全に適合するものでなかった。

最も問題となる点は、地位樹高層の定義領域を定めるもととなる連年生長量の標準偏差の推定法である。ここでは、その変異係数が樹高に逆比例するとして求めたが、この仮定は生態学の領域に属する問題も含み、その

正否は今後の検討にまたなければならない。

ここで用いた試料林分は、生長途上のもので、34年以上はすべて推定値であり、この点の不備はまぬがれない。この種の研究は、生長経歴の記録のある、少なくとも伐期に近い林分を用いておこなうことが望ましい。今後、このような条件の林分をみだし、上で指摘した不備の諸点を補いさらに研究を進めることが必要と考えられる。

筆者らは、1967年に林地生産力の調査のため1林分から多くの小面積プロットの抽出をおこなった。その各プロットの樹高地位の判定を試みたが——樹高測定誤差をさけるためクライミングによって直接測定をおこなった——、プロットごとに樹高分布が多様性を示し、どの樹高範囲をとって基準高とするかという問題に直面した。この解決策を求めようとしたのがこの研究の動機である。帰納的方法による林地の生産性の研究において、資料林地の地位を客観的に判定することが、最も基礎的な要件と考えられる。ここで提示した推定法によって求められる地位樹高層の中心高（あるいはその上限値）は、上述した要件に若干近づくものと思ひ、上で指摘した不備の諸点を含むものであるが、本報告をおこなうものである。

## 摘 要

林地の地位条件が純粋に反映されている樹高分布領域を地位樹高層と名付けた。この樹高層は、環境条件が一様で、その上に生育する立木群の内因的機構が、まったく均一という仮定の林分樹高生長の変動範囲から導かれ、つぎの2つの条件によって定義した。

- (1) 年ごとの生長量は独立である
- (2) 連年生長量は正規分布にしたがう

上の条件をもとに、正常な生長をとげていると思われる1プロット林分について、定量的に地位樹高層を算定した。この地位樹高層と上層木群の樹高層の推移について検討した結果、両者は一致せず、その関係は生長の時点によってかわることが認められた。また、樹高層の推移の傾向性は、それを組成する立木群の1年前の樹高と次年の生長量樹高生長型の組み合わせ方によってきまることによって一般的に説明されることの相関係数とを示した。

調査時点において、地位樹高層内に位置している樹高をもつ立木群の連年生長量の分布は、定義の樹高層を組成する立木群（地位樹高木群）のそれと同一の分布にしたがうことが認められた。

上の連年生長量分布の同一性をもとに、試料林分から求めた地位樹高層に適合する立木群の樹高生長変動の特性値を用いて、任意の林分（同齢人工林）の地位樹高層を推定する近似法を提示した。この方法は林地生産力調査のような、小面積プロットの樹高地位判定の基準樹高を、ある程度客観的に定めることができるものである。

## 引 用 文 献

- BRUCE, D. 1926. A method of preparing timber yield tables. J. Agric. Res. 32 : 543-557.  
小林正吾 1967 トドマツ人工林の樹高生長型と林分樹高生長の解析 北林試報 5 : 1-16  
西沢正久 1963 土壌と結びついた林分調査法 森林立地 4 (2) : 12-20

付表 地位樹高層の片幅  $\left(3\frac{\hat{\sigma}_t}{\bar{h}_t}\right)$

年齢 (年)	樹 高 $\left(\bar{h}_t\right)$ (m)														
	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
30	0.878	0.960	1.046	1.123	1.197	1.273	1.343	1.411	1.483	—	—	—	—	—	—
31	0.863	0.946	1.031	1.106	1.179	1.251	1.324	1.393	1.458	1.521	—	—	—	—	—
32	0.849	0.936	1.014	1.090	1.166	1.234	1.289	1.367	1.438	1.502	1.565	—	—	—	—
33	0.833	0.922	0.999	1.094	1.147	1.217	1.286	1.350	1.415	1.478	1.541	1.600	—	—	—
34	0.827	0.907	0.983	1.059	1.131	1.200	1.268	1.333	1.391	1.454	1.515	1.575	1.634	—	—
35	0.805	0.901	0.969	1.043	1.115	1.184	1.246	1.312	1.374	1.436	1.498	1.557	1.615	1.666	—
36	—	0.879	0.955	1.028	1.100	1.159	1.229	1.295	1.357	1.427	1.474	1.532	1.591	1.648	1.703
37	—	—	0.941	1.022	1.077	1.153	1.213	1.278	1.329	1.396	1.456	1.516	1.563	1.623	1.694
38	—	—	—	0.999	1.062	1.138	1.197	1.262	1.326	1.379	1.447	1.492	1.549	1.606	1.654
39	—	—	—	—	1.055	1.123	1.183	1.247	1.311	1.352	1.423	1.475	1.532	1.582	1.637
40	—	—	—	—	—	1.101	1.173	1.231	1.293	1.349	1.406	1.466	1.504	1.565	1.620
41	—	—	—	—	—	—	1.151	1.216	1.279	1.332	1.385	1.442	1.492	1.548	1.593
42	—	—	—	—	—	—	—	1.201	1.263	1.316	1.370	1.426	1.483	1.532	1.580
43	—	—	—	—	—	—	—	—	1.248	1.301	1.354	1.410	1.460	1.508	1.563
44	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.286	1.338	1.384	1.444	1.499	1.547
45	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1.330	1.381	1.428	1.484	1.524